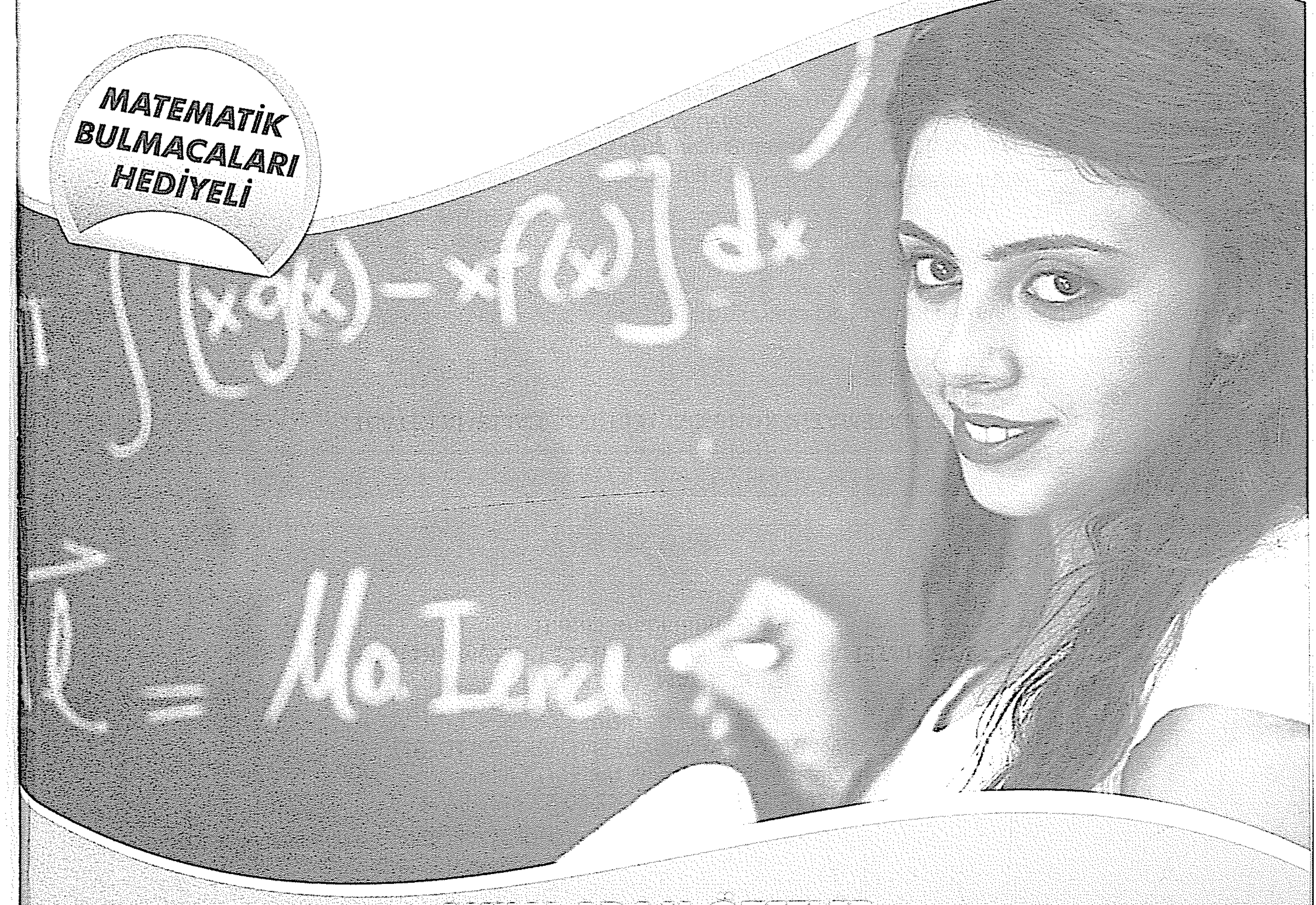
AKILLI ADAM

LYS MATEMATİK

2012

KONU ÖZETLİ HIZLI ÇALIŞMA KİTABI

MATEMATİK BULMACALARI HEDİYELİ



BÖLÜM 1
POLİNOMLAR

$a_0, a_1, a_2, \dots a_n \in R$ ve $n \in N$ olmak üzere

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

biçimindeki ifadelere polinom denir.

Başkatsayı: Bir polinomda en büyük dereceli terimin katsayısına denir.

Sabit Terim: x^0 lı terimin katsayısına denir.

Derece: Derecesi en büyük olan terimin derecesine polinomun derecesi denir ve der (P(x)) veya d(P(x)) ile gösterilir.

Polinom Türleri:

1. **Sabit Polinom:** Derecesi sıfır olan polinomlara denir.

Örnek: $P(x) = (a + 1)x^2 + (b - 2)x + a + b$ polinomu sabit bir polinom olduğuna göre, **P(4) kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: x^2 ve x li terimlerin katsayıları sıfır olacaktır.

$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$ olur.

$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2$ olur.

$P(x) = -1 + 2 = 1$ bulunur.

$x = 4$ için $P(4) = 1$ olur.

CEVAP: A

2. **Sıfır Polinom:** Bütün terimlerinin katsayıları sıfır olan polinoma denir. Sıfır polinomunun derecesi belli değildir.

Örnek: $P(x) = (a + 4)x^2 + (b - 2)x + c + 1$ polinomu sıfır polinom oludğuna göre, **a + b + c toplamı kaçtır?**

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

Çözüm: x^2, x ve sabit teriminin katsayıları sıfır olacaktır.

$a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$ olur.

$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2$ olur.

$c + 1 = 0 \Rightarrow c = -1$ olur.

Bu durumda, $a + b + c = -3$ bulunur.

CEVAP: C

3. **Birim Polinom:** x li terimi dışında terimi olmayan ve x li teriminin katsayısı 1 olan polinoma denir. $P(x) = x$ polinomu birim polinomdur.

Örnek: $P(x) = (a + 1)x^3 + (b + 2)x + c - a$ polinomu birim polinom olduğuna göre, **a + b + c toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –3 C) –4 D) –5 E) –6

Çözüm:

$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$

$b + 2 = 1 \Rightarrow b = -1$

$c - a = 0 \Rightarrow c = a = -1$ olur.

Bu durumda, $a + b + c = -3$ bulunur.

CEVAP: B

4. **Doğrusal (lineer) Polinom:** $P(x) = ax + b$ formunda $(a, b \in R)$ olan polinomlara denir.

Örnek: P(x) lineer bir polinom olmak üzere;

$P(1) = 4$

$P(-1) = 6$

olduğuna göre, **P(3) kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Çözüm: $P(x) = ax + b$ olur.

$P(1) = a + b = 4$ olur.

$P(-1) = -a + b = 6$ olur.

$$\begin{array}{r} a + b = 4 \\ + \quad -a + b = 6 \\ \hline 2b = 10 \Rightarrow b = 5 \text{ bulunur.} \end{array}$$

$a + b = 4 \Rightarrow a + 5 = 4 \Rightarrow a = -1$ bulunur.

$P(x) = -x + 5 \Rightarrow P(3) = -3 + 5 = 2$ olur.

CEVAP: A

EŞİT POLİNOMLAR

Dereceleri ile aynı dereceli terimlerinin katsayıları birbirine eşit olan polinomlara denir.

Örnek: $P(x) = (2k + 1)x^3 - 6x^2 + 3m - 5$

$Q(x) = 5x^a + (p + 1)x^2 + 1$

$P(x) = Q(x)$ olduğuna göre, **a + k + p + m toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: Dereceleri eşit olacağından $a = 3$ olur.

Katsayıları birbirine eşit olacaktır.

$2k + 1 = 5 \Rightarrow k = 2$ olur.

$p + 1 = -6 \Rightarrow p = -7$ olur.

$3m - 5 = 1 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$ olur.

Bu durumda, $a + k + p + m$ toplamı 0 bulunur.

CEVAP: C

POLİNOMLARDA İŞLEMLER

1. **Bir polinomun değeri:** P(x) polinomu verildiğinde P(a) sorulursa polinomda x yerine a yazarak sonucu buluruz.

   $P(mx + n)$ polinomu verilirse P(a) sorulursa polinomda x yerine $\frac{a-n}{m}$ yazarak sonucu buluruz.

   $mx + n = a \Rightarrow mx = a - n \Rightarrow x = \frac{a-n}{m}$

Örnek: $P(x) = x^2 + 2x + 3$ polinomu veriliyor.
Buna göre, P(1) + P(0) toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm: $x = 0$ için $P(0) = 0^2 + 2.0 + 3 = 3$
$x = 1$ için $P(1) = 1^2 + 2.1 + 3 = 6$
Bu durumda, $P(1) + P(0) = 6 + 3 = 9$ olur.

CEVAP: E

Örnek: $P(3x - 5) = x^2 + 3$ polinomu veriliyor.
Buna göre, P(4) + P(1) toplamı kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 19 D) 20 E) 21

Çözüm:
$3x - 5 = 4 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ olur.
$x = 3$ için $P(3.3 - 5) = 3^2 + 3$
$P(4) = 12$ olur.
$3x - 5 = 1 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$ olur.
$x = 2$ için $P(3.2 - 5) = 2^2 + 3$
$P(1) = 7$ olur.
Bu durumda, $P(4) + P(1) = 19$ bulunur.

CEVAP: C

2. **Bir Polinomun Alt Polinomları:** P(x) polinomu verildiğinde P(h(x)) sorulursa x yerine P(x) polinomda h(x) yazılır.

Örnek: $P(x) = 2x + 5$ polinomu veriliyor.
Buna göre, P(3x + 5) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6x + 5$ B) $6x+ 10$ C) $6x + 15$
D) $6x + 20$ E) $6x + 25$

Çözüm: P(x) polinomunda x yerine 3x + 5 yazalım.
$P(3x + 5) = 2.(3x + 5) + 5 = 6x + 10 + 5$
$P(3x + 5) = 6x + 15$ bulunur.

CEVAP: C

3. **Alt polinomu verilen polinomun kendisini bulma:** P(h(x)) polinomu verildiğinde P(x) polinomunu bulmak için P(h(x)) polinomunda x yerine h(x) in tersi yazılır.

Örnek: $P(x + 2) = x^2 + 4$ polinomu veriliyor.
Buna göre, P(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 4x - 4$ B) $x^2 - 4x + 2$
C) $x^2 -4x + 4$ D) $x^2 - 4x + 8$
E) $x^2 - 4x$

Çözüm: x yerine x + 2 nin tersi olan x − 2 yi yazalım.
$P(x -2 + 2) = (x - 2)^2 + 4$
$P(x) = x^2 - 4x + 4 + 4$
$P(x) = x^2 - 4x + 8$ bulunur.

CEVAP: D

BİR POLİNOMUN SABİT TERİMİ

Verilen P(x) polinomunun sabit terimini bulmak için x yerine sıfır yazılır.

Herhangi bir polinomun sabit terimi bulunurken değişkenleri yerine sıfır yazılır.

Örnek: $P(x) = x^2 + 2x + 3$ polinomu veriliyor.
P(x) in sabit terimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: P(x) de x yerine 0 yazalım.
$x = 0$ için $P(0) = 0^2 + 2.0 + 3 = 3$ bulunur.

CEVAP: C

Örnek: $P(4x + 5) = 3x^2 + 5x + 7$ polinomu veriliyor.
P(4x + 5) in sabit terimi kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: P(4x + 5) de x yerine 0 yazalım.
$x = 0$ için $P(4.0 + 5) = 3.0^2 + 5.0 + 7 = 7$ olur.

CEVAP: E

BİR POLİNOMUN KATSAYILAR TOPLAMI

Verilen P(x) polinomunun katsayılar toplamını bulmak için x yerine 1 yazılır.

Herhangi bir polinomun katsayılar toplamını bulmak için değişkenleri yerine 1 yazılır.

Örnek: $P(x) = x^3 + 2x + 3$ polinomu veriliyor.
P(x) in katsayılar toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: P(x) de x yerine 1 yazalım.
$x = 1$ için $P(1) = 1^3 + 2.1 + 3 = 6$ bulunur.

CEVAP: E

Örnek: $P(3x+7) = x^2+2x-5$ polinomu veriliyor.
P(3x+7) nin katsayılar toplamı kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

Çözüm: P(3x + 7) de x yerine 1 yazalım.
$x = 1$ için $P(3.1+7) = 1^2 + 2.1 - 5 = -2$ olur.

CEVAP: C

NOT:

- Bir polinomda çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı $\frac{P(1)+P(-1)}{2}$ olur.
- Bir polinomda tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamı $\frac{P(1)-P(-1)}{2}$ olur.

Örnek: $P(x) = x^5 - 4x^3 + 2x + 1$ polinomu veriliyor.
Buna göre, polinomun tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm: $x = 1 \Rightarrow P(1) = 1^5 - 4.1^3 + 2.1 + 1 = 0$
$x = -1 \Rightarrow P(-1) = (-1)^5 - 4.(-1)^3 + 2.(-1)+1$
$P(-1) = 2$
$\frac{P(1)-P(-1)}{2} = \frac{0-2}{2} = -1$ olur.

CEVAP: A

POLİNOMLARDA İŞLEMLER:

1. **Toplama - Çıkarma İşlemi:** İki polinom toplanırken veya çıkarılırken aynı dereceli terimlerin katsayıları toplanır veya çıkarılır. Elde edilen sonuç terimin katsayısı olur.

Örnek: $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4x - 5$
$Q(x) = 2x^3 -8x + 7$ polinomları veriliyor.
Buna göre, P(x) + Q(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5x^3 -x^2 + 4$ B) $5x^3 - 2x^2 + 2$
C) $5x^3 + 2x^2 - 2$ D) $5x^3 - x^2 + 4x$
E) $5x^3 - 2x^2 - 4x + 2$

Çözüm: $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4x - 5$
$Q(x) = 2x^3 + 0.x^2 -8x + 7$
$P(x) + Q(x) = (3 + 2)x^3 + (0 - 2)x^2 + (4 - 8)x + 7 - 5$
$= 5x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ olur.

CEVAP: E

Örnek: $P(x) = 4x^4 - 3x^2 + 6x + 1$
$Q(x) = 5x^3 - 4x^2 - 6x + 7$
polinomları veriliyor.
Buna göre, P(x) − Q(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^4 - 5x^3 + x^2 -6$ B) $4x^4 - 5x^3 - 6$
C) $4x^4 - 5x^3 + x^2 + 12x -6$ D) $4x^4 - 5x^3 + x^2 + 7$
E) $4x^4 + 5x^3 -12x - 6$

Çözüm: $P(x) = 4x^4 + 0.x^3 - 3x^2 + 6x + 1$
$Q(x) = 0.x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 6x + 7$
$P(x)-Q(x)=(4 -0)x^4+(0-5)x^3 + (-3+4)x^2 + (6+6)x+1-7$
$= 4x^4 - 5x^3 + x^2 + 12x - 6$ olur.

CEVAP: C

2. **Çarpma İşlemi:** İki polinom çarpılırken polinomlardan birinin her teriminin diğer polinomun her bir terimi ile ayrı ayrı çarpılır. Elde edilen terimler toplanarak sonuç hesaplanır.

Örnek: $P(x) = x^2 + 2$ ve $Q(x) = 2x + 5$ polinomları veriliyor.
Buna göre, P(x).Q(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^3 - 10$
B) $2x^3 - 6x - 10$
C) $2x^3 + 5x^2 + 4x + 10$
D) $2x^3 - 5x + 6$
E) $2x^3 - 5x^2 - 5x + 3$

Çözüm: $P(x).Q(x) = (x^2 + 2) . (2x + 5)$
$= 2x^3 + 5x^2 + 4x + 10$

CEVAP: C

3. **Bölme İşlemi:** Polinomlarda bölme işlemi, sayılardaki bölme işlemine benzer şekilde yapılır.

P(X) | Q(X) − | B(X) K(X)	•) P(X) = Q(X) B(X) + K(X) •) DER(Q(X)) > DER (K(X))

P(x) Polinomunun (ax + b) ile Bölümünden Kalan

$P(x) = (ax+b).Q(x)+K \Rightarrow P\left(-\frac{b}{a}\right) = K$

Örnek: $P(x) = x^3 + 2x - 1$ **polinomunun x −1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $P(x) = (x - 1).Q(x) + K$ olur.
$x = 1$ için $P(1) = K$ olacağından;
$K = 1^3 + 2.1 - 1 = 2$ bulunur.

CEVAP: B

Örnek: $P(x) = 3x^2 - mx + 4$ **polinomunun x + 1 ile bölümünden kalan 6 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) −3 B) −2 C) −1 D) 0 E) 1

Çözüm: $P(x) = (x + 1).Q(x) + 6$ olur.
$x = -1$ için $P(-1) = 6$ olacağından;
$3.(-1)^2 -m.(-1) + 4 = 6 \Rightarrow m = -1$ olur.

CEVAP: C

P(x) Polinomunun $x^n + a$ ile Bölümünden Kalan

P(x) polinomunda x^n li terimlerin yerine –a yazılarak kalan bulunur.

Örnek: $P(x) = 6x^6 - 4x^5 - 3x + 7$ polinomu veriliyor. **P(x) polinomunun $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-67x + 384$ B) $-67x + 391$ C) $-67x+400$

D) $-67x + 404$ E) $-67x + 408$

Çözüm: $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$ olur.

P(x) polinomunda x^2 yerine 4 yazalım.

$P(x) = 6x^2.x^2.x^2 - 4.x^2.x^2.x - 3x + 7$

$\Rightarrow 6.4.4.4 - 4.4.4x - 3x + 7$

$\Rightarrow 384 - 64x - 3x + 7$

$\Rightarrow -67x + 391$ olur.

CEVAP: B

P(x) Polinomunun (x – a).(x –b) Çarpımı ile Bölünmesi

*) P(x) polinomu (x – a).(x – b) ile tam bölünüyorsa x – a ve x – b çarpanları ile de ayrı ayrı tam bölünür.

*) P(x) polinomu aralarında asal olan x – a ve x – b ile ayrı ayrı tam bölünüyorsa (x – a). (x –b) çarpımı ile de tam bölünür.

Örnek: P(x) in x – 1 ile bölümünden kalan 4, P(x) in x + 1 ile bölümünden kalan 8 olduğuna göre, **P(x) in $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 4x + 1 B) 3x – 5 C) x – 4

D) –2x+ 6 E) –x + 5

Çözüm: $P(x) = (x - 1).Q_1(x) + 4$ olur.

x = 1 için P(1) = 4 bulunur.

$P(x) = (x + 1).Q_2(x) + 8$ olur.

x = –1 için P(–1) = 8 bulunur.

$P(x) = (x^2 - 1)\, Q_3(x) + ax + b$ olsun.

x = 1 için P(1) = a + b = 4 olur.

x = –1 için P(–1) = –a + b = 8 olur.

$$\begin{array}{r} a + b = 4 \\ + \quad -a + b = 8 \\ \hline 2b = 12 \Rightarrow b = 6 \text{ bulunur.} \end{array}$$

$a + b = 4 \Rightarrow a + 6 = 4 \Rightarrow a = -2$ olur.

Bu durumda, kalan –2x + 6 bulunur.

CEVAP: D

Örnek: P(x) polinomunun $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan 2x + 7 olduğuna göre, **P(x) in x – 2 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

Çözüm: $P(x) = (x^2 - 4) . Q(x) + 2x + 7$ olur.

P(x) in x – 2 ile bölümünden kalan K olsun.

P(x) = (x – 2) . B(x) + K olur.

x = 2 için P(2) = K bulunur.

$P(2) = K = (2^2 - 4). Q(x) + 2.2 + 7$

K = 11 olur.

CEVAP: C

DERECE İLE İLGİLİ İŞLEMLER

der(P(x)) = m, der(Q(x)) = n ve m > n olmak üzere,

*) $der(P(x) \mp Q(x)) = m$

*) $der(P(x)) \mp der(Q(x)) = m \mp n$

*) $der(P(x).Q(x)) = m + n$

*) $der(P(x)).der(Q(x)) = m.n$

*) $der\left(\dfrac{P(x)}{Q(x)}\right) = m - n$

*) $\dfrac{der(P(x))}{der(Q(x))} = \dfrac{m}{n}$

*) $der(P(x)^t) = t.m$

*) $der(P(x^t)) = t.m$

Örnek: P(x) ve Q(x) iki polinom olmak üzere;

$der\left[\dfrac{P^2(x)}{Q(x)}\right] = 4$

$der[P(x).Q(x)] = 5$

olduğuna göre, **der(P(x) + Q(x)) kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: der(P(x)) = m ve der (Q(x)) = n olsun.

$der\left[\dfrac{P^2(x)}{Q(x)}\right] = 4 \Rightarrow 2m - n = 4$ olur.

$der[P(x).Q(x)] = 5 \Rightarrow m + n = 5$ olur.

$$\begin{array}{r} 2m - n = 4 \\ + \quad m + n = 5 \\ \hline 3m = 9 \Rightarrow m = 3 \text{ olur.} \end{array}$$

$m + n = 5 \Rightarrow 3 + n = 5 \Rightarrow n = 2$ olur.

der(P(x) + Q(x)) = 3 bulunur.

(der(P(x)) > der(Q(x)))

CEVAP: B

Örnek: P(x) polinom olmak üzere, der(P(x)) = 5 olduğuna göre, **$der(P^2(x^2 + 2x))$ kaçtır?**

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Çözüm: der(P(x)) = 5 olduğuna göre,

$der(P^2(x)) = 2.5 = 10$ olur.

$der\left(P^2(\underbrace{x^2 + 2x}_{\text{derecesi 2}})\right) = 2.10 = 20$ bulunur.

CEVAP: D

HORNER METODU

Bu metot bir polinomun bir polinomla bölünmesiyle elde edilen kalan ve bölümü bulmamızı sağlar.

Yöntemi bir örnekle anlatalım. $P(x) = x^3 - 2x + 4$ polinomunun x –1 ile bölümünden bölüm ve kalanı bulalım.

Polinomun katsayıları büyükten küçüğe doğru tabloda yazılır.

	1	0	-2	4

x^2 li terimin katsayısı 0 olduğuna dikkat ediniz.

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ olur.

	1	0	-2	4
x = 1	1			

Tabloda verilen veriler yerleştirildikten sonra en büyük dereceli terimin katsayısı aynen yazılır.

	1	0	-2	4
x = 1	1			

Bu sayı 1 ile çarpılarak çarpımın sonucu ikinci terimin olduğu sütuna yazılır.

	1	0	-2	4
x = 1	1	+1 / 1		

İki sayının toplamı bulunur. Elde edilen sayı tekrar 1 ile çarpılarak bir sonraki terimin katsayısının sütununa yazılır ve iki sayı toplanır.

	1	0	-2	4
x = 1	1	+1 / 1	+1 / -1	

Elde edilen toplam tekrar 1 ile çarpılır ve son terimin kat sayısının altına yazılarak toplanır.

	1	0	-2	4
x = 1	1	+1 / 1	+1 / -1	+-1 / 3

Bulunan 3, kalan olur. 1,1 ve –1 sayıları bölüm polinomunun katsayıları olacaktır.

Bölüm polinomu $= 1.x^2 + 1.x - 1$

$= x^2 + x - 1$ bulunur.

Örnek: $P(x) = x^5 - 4x^2 + 3$ **polinomunun x + 1 ile bölümünden elde edilen bölüm aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^4 - x^3 - x^2 - 5x - 5$

B) $x^4 - x^3 - x^2 + 5x - 5$

C) $x^4 + x^3 - x^2 - 5x - 5$

D) $x^4 - x^3 + x^2 - 5x + 5$

E) $x^4 + x^3 - x^2 + 5x + 5$

Çözüm: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ olur.

	1	0	0	-4	0	3
x = -1	1	+-1 / -1	+1 / 1	+-1 / -5	+5 / 5	+-5 / (-2)

(-2) → Kalan

Bölüm polinomu $= x^4 - x^3 + x^2 - 5x + 5$ olur.

CEVAP: D

BÖLÜM 2

II. DERECEDEN DENKLEMLER, EŞİTSİZLİKLER VE PARABOL

II. DERECEDEN DENKLEMLER

a, b, c reel sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere

$ax^2 + bx + c = 0$

biçimindeki ifadelere denir.

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN DİSKRİMİNANTI:

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ (Diskirimant)

1. $\Delta > 0$ ise $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

2. $\Delta = 0$ ise $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$

3. $\Delta < 0$ ise denklemin reel kökü yoktur.

Örnek: $x^2 - 2x - 4 = 0$ **denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $1-\sqrt{5}$ B) $1-\sqrt{2}$ C) $1+\sqrt{2}$
D) $1+\sqrt{3}$ E) $1+\sqrt{7}$

Çözüm: Önce ikinci dereceden denklemin diskriminantını bulalım.

$a = 1, b = -2, c = -4$ ise

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.(1)(-4) = 20$

$\Delta > 0$ olduğundan;

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-2)+\sqrt{20}}{2.1} = 1+\sqrt{5}$

$x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-2)-\sqrt{20}}{2.1} = 1-\sqrt{5}$

CEVAP: A

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN KÖKLERİ

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

*) $x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a}$

*) $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a}$

*) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{-b}{c}$

*) $|x_1 - x_2| = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

*) $x_1^2 + x_2^2 = \dfrac{b^2 - 2ac}{a^2}$

NOT:

Kökleri x_1 ve x_2 olan II. dereceden denklem

$(x - x_1) . (x - x_2) = 0$

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 . x_2 = 0$ biçimindedir.

Örnek: $x^2 - (2m - 1)x + m = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{4}{3}$ olduğuna göre, **m kaçtır?**

A) 1 B) $\dfrac{3}{2}$ C) 2 D) $\dfrac{5}{2}$ E) 3

Çözüm: $a = 1, b = -2m + 1, c = m$ olur.

$\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{-b}{c} \Rightarrow \dfrac{4}{3} = \dfrac{-(-2m+1)}{m}$

$\Rightarrow 4m = -3(-2m+1)$

$\Rightarrow 4m = 6m - 3$

$\Rightarrow -2m = -3$

$\Rightarrow m = \dfrac{3}{2}$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $x^2 + (m + 5)x + m + 1 = 0$

denkleminin simetrik iki kökü olduğuna göre, **bu köklerin çarpımı kaçtır?**

A) –4 B) –1 C) 1 D) 4 E) 6

Çözüm: Denklemin kökleri toplamı 0 olacaktır.

$a = 1, b = m + 5, c = m + 1$ ise

$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow -\dfrac{(m+5)}{1} = 0 \Rightarrow m = -5$

m yerine denklemde –5 yazalım.

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$

Denklemin kökleri çarpımı $2.(-2) = -4$ olur.

CEVAP: A

Örnek: Köklerinden biri $1-\sqrt{2}$ olan ikinci dereceden denklem **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + 2x + 1 = 0$ B) $x^2 - 2x + 1 = 0$
C) $x^2 - 2x - 1 = 0$ D) $x^2 + 4x + 2 = 0$
E) $x^2 + 2x - 1 = 0$

Çözüm: Köklerinden biri $1-\sqrt{2}$ ise diğeri $1+\sqrt{2}$ olur.

$x_1 = 1-\sqrt{2}$ ve $x_2 = 1+\sqrt{2}$ olsun.

$x_1 + x_2 = 1-\sqrt{2} + 1+\sqrt{2} = 2$

$x_1.x_2 = (1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1.x_2 = 0$ ise

$x^2 - 2x - 1 = 0$ bulunur.

CEVAP: C

ÜÇÜNCÜ DERECEDEN DENKLEMİN KÖKLERİ

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 olsun.

*) $x_1 + x_2 + x_3 = \dfrac{-b}{a}$

*) $x_1.x_2.x_3 = \dfrac{-d}{a}$

*) $x_1.x_2 + x_1.x_3 + x_2.x_3 = \dfrac{c}{a}$

*) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} = \dfrac{-c}{d}$

*) $\dfrac{1}{x_1.x_2} + \dfrac{1}{x_1.x_3} + \dfrac{1}{x_2.x_3} = \dfrac{b}{d}$

*) Kökler geometrik dizi oluşturuyorsa; $\sqrt{x_1.x_3} = x_2$

*) Kökler aritmetik dizi oluşturuyorsa; $\dfrac{x_1 + x_3}{2} = x_2$

Örnek: $x^3 + mx^2 + 3x + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 olsun.

Kökler toplamı 2 olduğuna göre, **köklerin tersleri toplamı m nin kaç katıdır?**

A) $\dfrac{2}{5}$ B) $\dfrac{3}{10}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{2}{3}$ E) $\dfrac{5}{7}$

Çözüm: $x_1 + x_2 + x_3 = 2$ olur.

$a = 1, b = m, c = 3$ ve $d = 5$ ise

$x_1 + x_2 + x_3 = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-m}{1} = 2 \Rightarrow m = -2$

Köklerin tersleri toplamı

$\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} = \dfrac{-c}{d} = \dfrac{-3}{5}$ olur.

$-\dfrac{3}{5}$ sayısı –2 sayısının $\dfrac{3}{10}$ katıdır.

CEVAP: B

Örnek: Kökleri 1, 2 ve 3 olan **üçüncü dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^3 - 8x + 4 = 0$
B) $x^3 + 8x - 1 = 0$
C) $x^3 - 8x + 1 = 0$
D) $x^3 - 6x^2 - 11x + 6 = 0$
E) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

Çözüm: $x_1 = 1 \Rightarrow x_1 - 1 = 0$

$\Rightarrow x - 1 = 0$ ... (1)

$x_2 = 2 \Rightarrow x_2 - 2 = 0$

$\Rightarrow x - 2 = 0$ ... (2)

$x_3 = 2 \Rightarrow x_3 - 3 = 0$

$\Rightarrow (x - 3) = 0$ ... (3)

(1), (2) ve (3) yanyana çarpalım.

$(x - 1) . (x - 2) . (x - 3) = 0$

$(x^2 - 3x + 2) . (x - 3) = 0$

$x^3 - 3x^2 + 2x - 3x^2 + 9x - 6 = 0$

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ olur.

CEVAP: E

İKİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

$ax^2 + bx + c > 0$

$ax^2 + bx + c \leq 0$

$\dfrac{ax+bx+c}{mx+n} > 0$

biçiminde ifade edilir.

İkinci dereceden eşitsizliklerin çözüm kümeleri bulunurken aşağıdaki yollar izlenir.

*) Eşitsizlikler eşitlik gibi düşünülerek payı ve paydası sıfır yapan değerler (kökler) bulunur.

*) Payı ve paydayı sıfır yapan değerlerden tek sayıda olanlara tek katlı kök, çift sayıda olanlara çift katlı kök denir.

*) Bulunan değerler sayı doğrusundan oluşan tabloya yerleştirilir.

*) Eşitsizliği oluşturan her bileşenin en büyük dereceli terimlerinin işaretleri çarpılarak veya bölünerek ifadenin işareti bulunur ve sayı doğrusundan oluşan tablonun en sağına yazılır.

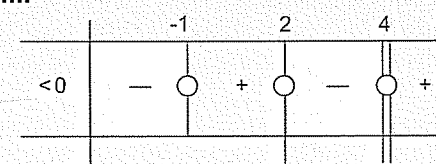
*) Tek katlı köklerin soluna sağındaki işaretin zıttı, çift katlı köklerin soluna ise sağındaki işaretin aynısı yazılır.

*) Paydayı sıfır yapan değerler çözüm kümesine alınmaz.

Örnek: $\dfrac{(x-2)(x+1)}{(x-4)} < 0$ **eşitsizliğini sağlayan kaç tane doğal sayı vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:



Eşitsizliğin çözüm kümesi $(-\infty, -1) \cup (2,4)$ aralığı olur. Bu aralıkta koşulu sağlayan sadece 1 tane doğal sayı vardır.

CEVAP: A

Örnek: $(x + 1)(x^2 - 1) > 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-1, 1)$ B) $(-\infty, -1)$ C) $(-\infty, 1)$
D) $(1,3)$ E) $(1, \infty +)$

Çözüm: $(x + 1)(x^2 - 1) = (x + 1)^2 . (x - 1)$ olur.

$(x+1)^2 . (x - 1) > 0$ eşitsizliğinde –1 çift katlı köktür.

		-1		1	
>0	–	○	–	○	+

Eşitsizliğinin çözüm kümesi $(1, \infty +)$ olur.

CEVAP: E

NOT:

*) Eşitsizliklerde çözüm kümesi bulunurken eşitsizliğin bir yönü daima sıfır yapılır.

*) Eşitsizliklerde içler-dışlar çarpımı yapılmaz.

Örnek: $(x + 1) . (x - 2) > x + 1$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-1, 3)$ B) R C) $R - [-1, 3]$
D) $[-1,3]$ E) Ø

Çözüm: $(x + 1) . (x - 2) > x + 1$

$\Rightarrow (x + 1) . (x - 2) - (x + 1) > 0$

$\Rightarrow (x + 1) . [(x - 2) - 1] > 0$

$\Rightarrow (x + 1) . (x - 3) > 0$ olur.

		-1		3	
>0	+	○	–	○	+

Eşitsizliğin çözüm kümesi $(-\infty, -1) \cup (3, \infty +)$ veya $R - [-1,3]$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $x < \frac{4}{x}$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-2,2)$ B) Ø C) R
D) $(-2, 0)$ E) $(-\infty, -2) \cup (0,2)$

Çözüm: $x < \frac{4}{x}$

$\Rightarrow x - \frac{4}{x} < 0$

$\Rightarrow \frac{x^2 - 4}{x} < 0$ olur.

		-2		0		2	
<0	–	○	+	○	–	○	+

Eşitsizliğin çözüm kümesi $(-\infty, -2) \cup (0,2)$ olur.

CEVAP: E

EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

İki ya da daha çok eşitsizliğin biraraya gelmesiyle oluşan sisteme denir. Sistemdeki eşitsizliklerin çözüm kümeleri bulunduktan sonra kesişimleri alınarak sistemin çözüm kümesi elde edilir.

Örnek: $x^2 - 4x + 3 > 0$
$x - 2 < 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1,3)$ B) $(-\infty,1)$ C) $(1,2)$
D) $[1, \infty)$ E) $(2,3)$

Çözüm:

		1		2		3	
x^2-4x+3>0	+	○	–		–	○	+
x-2<0	–		–	○	+		+

Eşitsizliğin çözüm kümesi $(-\infty, 1)$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $x^2 + 2x + 1 \geq 0$
$x^2 - 2x - 3 < 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) R B) Ø C) $(-\infty -1)$
D) $(-1,3)$ E) $(-1, \infty +)$

Çözüm:

		-1		3	
x^2+2x+1≥0	+	○	+		+
x^2-2x-3<0	+	○	–	○	+

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi $(-1,3)$ olur.

CEVAP: D

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLERİN KÖKLERİNİN İŞARETLERİ

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

*) Kökler zıt işaretli ise $\frac{c}{a} < 0$ olur.

*) $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| > x_2$ ise

$\frac{c}{a} < 0$ ve $\frac{-b}{a} < 0$ olur.

*) $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| < x_2$ ise

$\frac{c}{a} < 0$ ve $\frac{-b}{a} > 0$ olur.

*) $0 < x_1 < x_2$ ise

$\Delta > 0$

$\frac{c}{a} > 0$

$\frac{-b}{a} > 0$ olur.

*) $x_1 < x_2 < 0$ ise

$\Delta > 0$

$\frac{c}{a} > 0$

$\frac{-b}{a} < 0$ olur.

Örnek: $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ **denkleminin pozitif iki kökünün olması için m aşağıdaki koşullardan hangisini sağlamalıdır?**

A) $(-1, 0)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(2, \infty +)$
D) $(0,2)$ E) $(-2, -1)$

Çözüm: Denklemin kökler toplamı ve çarpımı pozitif olacaktır. İki gerçel kökü olduğundan $\Delta > 0$ olacaktır.

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m+2}{1} = m + 2 > 0$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2m)}{1} = 2m > 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4.(1)(m+2) > 0$

$\Rightarrow 4m^2 - 4m - 8 > 0$

$\Rightarrow m^2 - m - 2 > 0$

		-2		-1		0		2	
m^2-m-2>0	+		+	○	–		–	○	+
m+2>0	–	○	+		+		+		+
2m>0	–		–		–	○	+		+

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi $(2, \infty+)$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $x^2 - (m + 1)x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$0 < x_1 < x_2$ koşulunun sağlanması için **m aşağıdaki aralıklardan hangisinde olmalıdır?**

A) $(-5, -1)$ B) $(-1, 3)$ C) $(3, \infty +)$
D) $(-5,3)$ E) $(-\infty, 1)$

Çözüm: Koşulun sağlanması için

$\Delta > 0$, $x_1 + x_2 > 0$ ve $x_1 . x_2 > 0$ olmalıdır.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{-(m+1)}{1} = m + 1 > 0$

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} > 0$ olur.

$\Delta = b^2 - 4ac = (m+1)^2 - 4.1.4$

$\Delta = m^2 + 2m - 15 > 0$ olur.

		-5		-1		3	
m+1>0	–		–	○	+		+
m^2+2m-15>0	+	○	–		–	○	+

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi $(3, \infty +)$ olur.

CEVAP: C

PARABOL

a, b, c ∈ R ve a ≠ 0 olmak üzere;

f: R → R tanımlanan $f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki ikinci dereceden tek değişkenli fonksiyonlara denir.

BİR PARABOLÜN GRAFİK ÇİZİMİ:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ parabolü verilsin.

1. a > 0 (kollar yukarı)
   a < 0 (kollar aşağı)
2. x = 0 için f(0) = c ⇒ (0, c) (Parabolün y eksenini kestiği nokta)
3. f(x) = 0 için $ax^2 + bx + c = 0$ olur.

*) $\Delta > 0$ ise parabol x eksenini iki noktada keser.

*) $\Delta = 0$ ise parabol x eksenini tek noktada keser. (Teğettir)

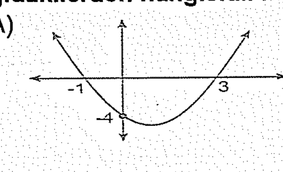
*) $\Delta < 0$ ise parabol x eksenini kesmez.

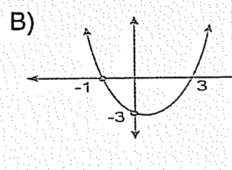
4. Parabolün tepe noktası bulunur.

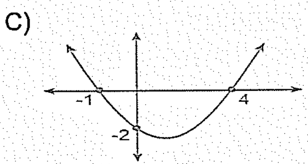
$T(r,k) \Rightarrow r = \frac{-b}{2a}, \; k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

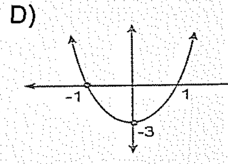
NOT: Tepe noktası T(r, k) olan parabolün simetri ekseni x = r doğrusudur.

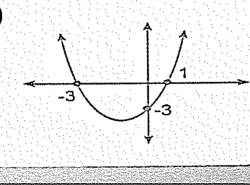
Örnek: $f(x) = x^2 - 2x - 3$ **parabolünün grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

A)


B)


C)


D)


E)


Çözüm:

*) $a = 1 > 0$ (Kollar yukarı)

*) $x = 0$ için $f(0) = -3 \Rightarrow (0,-3)$

*) $f(x) = 0$ için $x^2 - 2x - 3 = 0$ olur.

$\Delta = (-2)^2 - 4.(1).(-3) = 16 > 0$ (x eksenini iki noktada keser.)

$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$

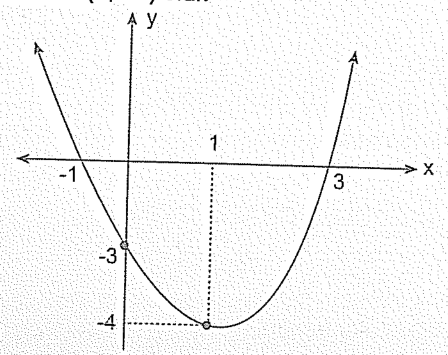
$\Rightarrow x = 3$ ve $x = -1$

$\Rightarrow (3,0)$ ve $(-1,0)$

$r = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2.1} = 1$ olur.

$k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4.1.(-3)-(-2)^2}{4.1} = -4$

Tepe noktası $(1, -4)$ olur.



CEVAP: B

Örnek: $f(x) = x^2 + (m+1)x - 7$ **parabolünün simetri ekseni $x = 3$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?**

A) –8 B) –7 C) –6 D) –5 E) –4

Çözüm: Simetri ekseni tepe noktası üzerinde olacağından bu noktanın apsisi 3 olacaktır.

$x = 3 = r \Rightarrow r = \frac{-b}{2a} = \frac{-(m+1)}{2.1} = 3$

$\Rightarrow -m - 1 = 6$

$\Rightarrow m = -7$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $f(x) = x^2 - 4x + m - 2$ **parabolü x eksenine teğet olması için m kaç olmalıdır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

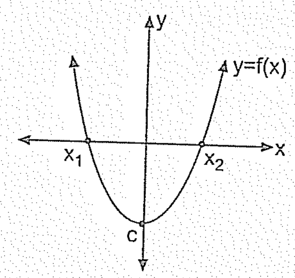
Çözüm: Parabol x eksenine teğet ise $\Delta = 0$ olmalıdır.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.(m-2) = 0$

$\Rightarrow 16 - 4m + 8 = 0 \Rightarrow 4m = 24 \Rightarrow m = 6$

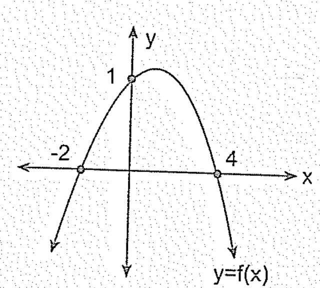
CEVAP: E

GRAFİĞİ VERİLEN PARABOLÜN DENKLEMİNİN BULUNMASI



$f(x) = a.(x - x_1).(x - x_2)$

Örnek:



Yukarıda y = f(x) parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(5) kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{7}{8}$ D) $-\frac{1}{10}$ E) $-\frac{1}{3}$

Çözüm: Parabol x ekseni –2 ve 4 noktalarında kesmiştir.

$f(x) = a.(x-(-2)).(x-4)$

$f(x) = a.(x+2).(x-4)$ olur.

Parabol y eksenini (0,1) noktasında kesmiştir.

$x = 0$ için $f(0) = 1$ olur.

$f(0) = a.(0+2).(0-4) = 1$

$\Rightarrow -8a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$ olur.

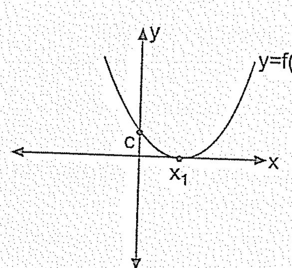
Bu durumda, parabolün denklemi

$f(x) = -\frac{1}{8}.(x+2).(x-4)$ olur.

$x = 5$ için $f(5) = -\frac{1}{8}.7.1 = -\frac{7}{8}$ olur.

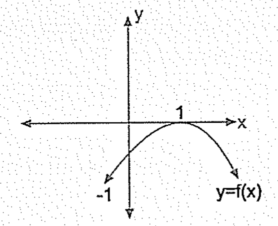
CEVAP: C

2.



$f(x) = a.(x - x_1)^2$

Örnek:



Yukarıda y = f(x) parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(4) kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{5}{2}$ C) –3 D) –4 E) $-\frac{9}{4}$

Çözüm: Parabol x eksenine 1 noktasında teğettir.

$f(x) = a.(x-1)^2$ olur.

Parabol y eksenini (0, –1) noktasında kesmektedir.

$x = 0$ için $f(0) = -1$ olur.

$f(0) = a.(-1-1)^2 = -1 \Rightarrow 4a = -1$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{4}$ olur.

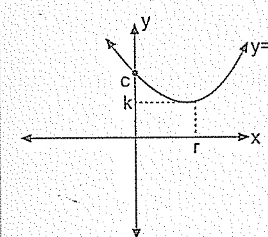
Bu durumda, parabolün denklemi

$f(x) = -\frac{1}{4}.(x-1)^2$ olur.

$x = 4$ için $f(4) = -\frac{1}{4}(4-1)^2 = -\frac{9}{4}$ olur.

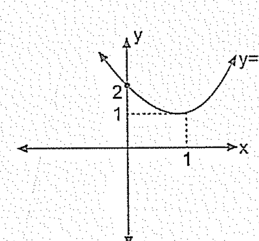
CEVAP: E

3.



$f(x) = a.(x - r)^2 + k$

Örnek:



Yukarıda $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir. **Buna göre, a + b + c toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: Parabolün tepe noktası (1,1) olur.

$f(x) = a.(x-1)^2 + 1$ bulunur.

Parabol y eksenini (0,2) noktasında kesmiştir.

$x = 0$ için $f(0) = 2$ olur.

$f(0) = a.(-1)^2 + 1 = 2 \Rightarrow a = 1$ bulunur.

Bu durumda, parabolün denklemi

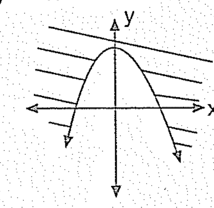
$f(x) = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$ olur.

$a = 1$, $b = -2$ ve $c = 2$ olduğuna göre, $a + b + c = 1$ bulunur.

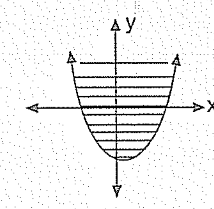
CEVAP: A

PARABOL EŞİTSİZLİKLERİ

1. $y \geq ax^2 + bx + c$

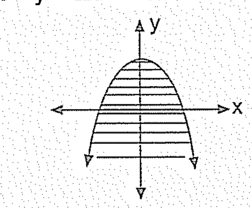


$a < 0$ ve $c > 0$

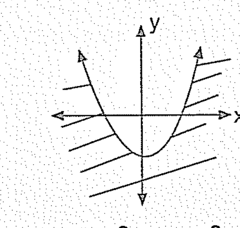


$a > 0$ ve $c < 0$

2. $y \leq ax^2 + bx + c$



$a < 0$ ve $c > 0$



$a > 0$ ve $c < 0$

NOT:

*) $y = ax^2 + bx + c > 0$ koşulunun sağlanması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

*) $y = ax^2 + bx + c < 0$ koşulunun sağlanması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

Örnek: $x^2 - 4x + m < 0$ olduğuna göre, **m nin <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: Koşulun sağlanması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

$a = 1$, $b = -4$, $c = m$ olduğuna göre,

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.(1).m < 0$

$\Rightarrow 16 - 4m < 0 \Rightarrow 4m > 16 \Rightarrow m > 4$

Bu durumda, m nin en küçük tam sayı değeri 5 olur.

CEVAP: C

BİR PARABOLLE BİR DOĞRUNUN DURUMU

$y = ax^2 + bx + c$ ve $y = mx + n$ olsun.

$y = ax^2 + bx + c = mx + n \Rightarrow ax^2 + (b-m)x + c - n = 0$

*) $\Delta > 0$ ise parabol ile doğru iki noktada kesişir.

*) $\Delta = 0$ ise parabol ile doğru tek noktada kesişir. (Teğettir.)

*) $\Delta < 0$ ise parabol ile doğru kesişmez.

Örnek: $y = x^2 - 2x - 3$ **parabolünün $y = 2x + m$ doğrusuna teğet olması için m kaç olmalıdır?**

A) –5 B) –6 C) –7 D) –8 E) –9

Çözüm: İki denklemi taraf tarafa birbirine eşitleyelim.

$x^2 - 2x - 3 = 2x + m \Rightarrow x^2 - 4x - m - 3 = 0$

Bulunan ikinci dereceden denklemin Δ sı sıfıra eşit olacaktır.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.(1)(-m-3) = 0$

$\Rightarrow 16 + 4m + 12 = 0 \Rightarrow 4m = -28$

$\Rightarrow m = -7$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $y = x^2 + 2x + m$ **parabolü ile** $y = 3x + 4$ **doğrusunun kesişmemesi için m hangi koşulu sağlamalıdır.**

A) $m < -\frac{3}{4}$ B) $-1 < m < 2$ C) $m > 1$

D) $m > \frac{17}{4}$ E) $m < 2$

Çözüm: İki denklemi taraf tarafa birbirine eşitleyelim.

$x^2 + 2x + m = 3x + 4 \Rightarrow x^2 - x + m - 4 = 0$

Bulunan ikinci dereceden denklemin Δ sı sıfırdan küçük olmalıdır.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.(1)(m-4) < 0$

$\Rightarrow 1 - 4m + 16 < 0 \Rightarrow 17 - 4m < 0$

$\Rightarrow 17 < 4m$

$\Rightarrow m > \frac{17}{4}$ olur.

CEVAP: D

İKİ PARABOLÜN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$y = ax^2 + bx + c$ ve $y = kx^2 + px + d$ olsun.

$y = ax^2 + bx + c = kx^2 + px + d \Rightarrow$

$(a-k)x^2 + (b-p)x + c - d = 0$

*) $\Delta > 0$ ise paraboller iki noktada kesişir.

*) $\Delta = 0$ ise paraboller birbirine teğettir.

*) $\Delta < 0$ ise paraboller birbirini kesmez.

Örnek: $y = x^2 - 2x + 4$ **parabolü ile** $y = -x^2 + 4x + m$ **parabolü birbirine teğet olduğuna göre, m kaçtır?**

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) 0 E) $\frac{2}{3}$

Çözüm: İki denklemi taraf tarafa birbirine eşitleyelim.

$x^2 - 2x + 4 = -x^2 + 4x + m \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 - m = 0$

Bulunan ikinci dereceden denklemin Δ sı sıfıra eşit olmalıdır.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4.(2)(4-m) = 0$

$\Rightarrow 36 - 32 + 8m = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $y = x^2 + 4x + k$ **parabolü ile** $y = -x^2 + 2x + k + 4$ **parabolünün kesim noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?**

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm: İki denklemi taraf tarafa birbirine eşitleyelim.

$x^2 + 4x + k = -x^2 + 2x + k + 4$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

Bulunan ikinci dereceden denklemin Δ sı sıfırdan büyük olur. İkinci dereceden denklemin kökleri parabollerin kesişim noktalarının apsisleri olacaktır.

$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$

$\Rightarrow x = -2$ ve $x = 1$

Apsisleri toplamı $-2 + 1 = -1$ olur.

CEVAP: A

ÖRNEK: $y = x^2 - x + m$ parabolü ile $y = -x^2 - 2x + 1$ parabolünün kesişmemesi için **m hangi koşulu sağlamalıdır?**

A) $m > -2$ B) $m < 1$ C) $m > \frac{9}{8}$

D) $m < \frac{4}{3}$ E) $m > -\frac{2}{3}$

Çözüm: İki denklemi taraf tarafa birbirine eşitleyelim.

$x^2 - x + m = -x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 + x + m - 1 = 0$

Bulunan ikinci dereceden denklemin Δ sı sıfırdan küçük olacaktır.

$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4.(2)(m-1) < 0$

$\Rightarrow 1 - 8m + 8 < 0 \Rightarrow 9 < 8m$

$\Rightarrow m > \frac{9}{8}$ olur.

CEVAP: C

BÖLÜM 3
TRİGONOMETRİ

AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

D: Derece

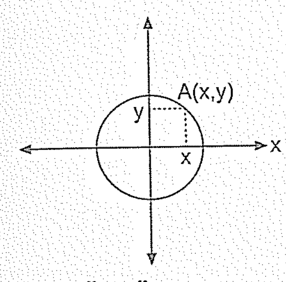
R: Radyan

G: Grad

$$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi} = \frac{G}{400}$$

BİRİM ÇEMBER:

Analitik düzlemde merkezi başlangıç noktası ve yarıçapı 1 birim olan çembere denir.



$x^2 + y^2 = 1$

ESAS ÖLÇÜ

$p \in Z$ olmak üzere birim çember üzerinde α açısı ile $\alpha + p.360°$ açısı aynı noktaya karşılık gelmektedir. Bu durumda, α açısı $\alpha + p.360°$ lik açının esas ölçüsü olur.

NOT:

1. Esas ölçü negatif olamaz.
2. α esas ölçüsü ise $0° \le \alpha < 360°$ (Derece)
   $0 \le \alpha < 2\pi$ (Radyan)
   $0 \le \alpha < 400$ (Grad)
3. Verilen açıların esas ölçüleri bulunurken, açı derece ise 360° a, radyan ise 2π ye, grad ise 400 e bölünerek esas ölçüsü bulunur.

Örnek: 600° lik açının esas ölçüsü **kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

Çözüm: 600° lik açının esas ölçüsünü derece cinsinden bulalım.

$600° \div 360° = 1$, kalan: $600° - 360° = 240°$ → esas ölçü

$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi} \Rightarrow \frac{240}{360} = \frac{R}{2\pi}$

$\Rightarrow R = \frac{4\pi}{3}$ radyan olur.

CEVAP: D

Örnek: $\frac{100\pi}{7}$ radyanın esas ölçüsü **kaç graddır?**

A) $\frac{200}{7}$ B) $\frac{300}{7}$ C) 50 D) $\frac{400}{7}$ E) $\frac{500}{7}$

Çözüm: $\frac{100\pi}{7} = \frac{98\pi}{7} + \frac{2\pi}{7} = 14\pi + \frac{2\pi}{7}$

14π sayısı 2π sayısının bir katı olacağından $\frac{100\pi}{7}$ radyanın esas ölçüsü $\frac{2\pi}{7}$ radyan olur.

$\frac{R}{2\pi} = \frac{G}{400} \Rightarrow \frac{\frac{2\pi}{7}}{2\pi} = \frac{G}{400}$

$\Rightarrow 7G = 400$

$\Rightarrow G = \frac{400}{7}$ grad olur.

CEVAP: D

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1. **Kosinüs Fonksiyonu:**
   $f: R \to [-1, 1] \Rightarrow f(x) = \cos x$
   Birim çember üzerindeki noktanın esas ölçüsünün kosinüs değeri, aynı noktanın apsisine eşittir.
2. **Sinüs Fonksiyonu:**
   $f: R \to [-1, 1] \Rightarrow f(x) = \sin x$
   Birim çember üzerindeki noktanın esas ölçüsünün sinüs değeri, aynı noktanın ordinatına eşittir.
3. **Tanjant Fonksiyonu:**
   Her $a \in R$ için $-\infty < \tan\alpha < +\infty$ olur.
   Sinüsün, cosinüse bölünmesiyle elde edilmiştir. Birim çember üzerindeki bir noktanın esas ölçüsünün tanjantı, orijinden ve birim çember üzerindeki noktadan geçen doğru ile $x = 1$ doğrusunun kesiştiği noktanın ordinatına eşittir.
4. **Cotanjant Fonksiyonu:**
   Her $a \in R$ için $-\infty < \cot\alpha < +\infty$ olur.
   Cosinüsün, sinüse bölünmesiyle elde edilmiştir. Birim çember üzerindeki bir noktanın esas ölçüsünün cotanjantı, orijinden ve birim çember üzerindeki noktadan geçen doğru ile $y = 1$ doğrusunun kesiştiği noktanın apsisine eşittir.
5. **Kosekant Fonksiyonu:** 1 sayısının sinüse bölünmesiyle elde edilmiştir. Birim çember üzerindeki bir noktanın esas ölçüsünün kosekantı, aynı noktadan birim çembere çizilen teğetin y eksenini kestiği noktanın ordinatına eşittir.
6. **Sekant Fonksiyonu:** 1 sayısının cosinüse bölünmesiyle elde edilmiştir. Birim çember üzerindeki bir noktanın esas ölçüsünün sekantı, aynı noktadan birim çembere çizilen teğetin x ekseni kestiği noktanın apsisine eşittir.

Örnek: $\sin x = \frac{2k-4}{3}$ olduğuna göre, **k aşağıdaki aralıkların hangisinde olur?**

A) [1,2] B) $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ C) $\left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$

D) (−1,1] E) $\left[\frac{1}{3}, 1\right]$

Çözüm: $-1 \le \sin x \le 1$ olur.

$$\sin x = \frac{2k-4}{3} \Rightarrow -1 \le \frac{2k-4}{3} \le 1$$
$$\Rightarrow -3 \le 2k-4 \le 3$$
$$\Rightarrow 1 \le 2k \le 7$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \le k \le \frac{7}{2} \text{ olur.}$$

CEVAP: C

Örnek: $p = 3\cos x - 4$ olduğuna göre, **p aşağıdaki aralıkların hangisinde olur?**

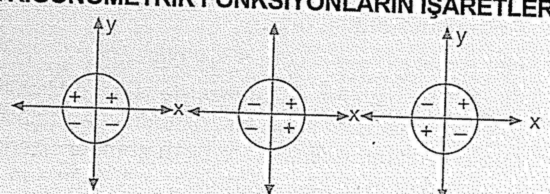
A) $[-7, -1]$ B) $[-1, 1]$ C) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
D) $[-4, -2]$ E) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Çözüm: $p = 3\cos x - 4 \Rightarrow p + 4 = 3\cos x$

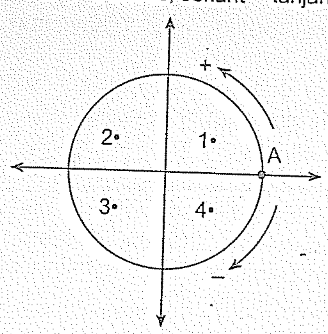
$$\Rightarrow \cos x = \frac{p+4}{3}$$
$$-1 \le \cos x \le 1 \Rightarrow -1 \le \frac{p+4}{3} \le 1$$
$$\Rightarrow -3 \le p+4 \le 3$$
$$\Rightarrow -7 \le p \le -1$$

CEVAP: A

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İŞARETLERİ



sinüs, cosekant cosinüs, sekant tanjant, cotanjant



Birim çemberde A noktası başlangıç noktası olup saat yönü (–), saatin ters yönü (+) olarak kabul edilmiştir.

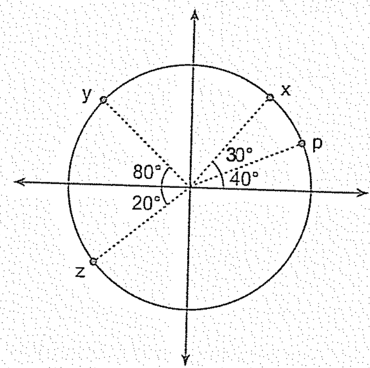
Bir trigonometrik ifadenin sonucunun işareti bulunurken açının işareti yönünde A noktasından başlayarak açı miktarınca çember üzerinde dönülür. Çember üzerindeki dört bölgeden birinde durulacağından trigonometrik fonksiyonun sonucunun işareti görülür.

Örnek: $x = \sin 70$
$y = \cos 100$
$z = \tan 200$
$p = \cot 400$

olduğuna göre, **x, y, z, p nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –, –, –, – B) +, +, –, –
C) –, –, +, + D) +, –, +, +
E) +, +, +, +

Çözüm: Birim çember üzerinde açıların bulunduğu bölgeleri bulalım.



x birinci bölgede ise işaret (+),
y ikinci bölgede ise işaret (–),
z üçüncü bölgede ise işaret (+),
p birinci bölgede ise işaret (+) olur.

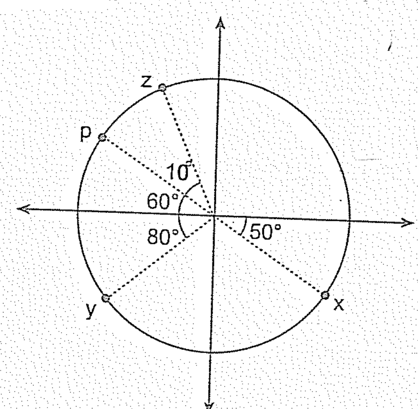
CEVAP: D

Örnek: $x = \sin(-50)$
$y = \cos(-100)$
$z = \tan(-250)$
$p = \cot(-240)$

olduğuna göre, **x, y, z, p nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –, –, –, – B) +, +, –, –
C) +, –, +, – D) +, +, +, +
E) +, –, –, +

Çözüm: Birim çember üzerinde açıların bulunduğu bölgeleri bulalım.



x dördüncü bölgede ise işaret (–),
y üçüncü bölgede ise işaret (–),
z ikinci bölgede ise işaret (–),
p ikinci bölgede ise işaret (–) olur.

CEVAP: A

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARDA SIRALAMA

Trigonometrik fonksiyonlar sıralanırken;

*) Açıların hepsi dar açı olacak biçimde küçültülür.

*) Kosinüslü ve cotanjantlı tüm trigonometrik ifadeler sinüs ve tanjant türünden yazılır ve sıralanır.

Örnek: $x = \sin 175$
$y = \cos 190$
$z = \cos 300$

olduğuna göre, **aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?**

A) $x < y < z$ B) $z < x < y$ C) $y < x < z$
D) $x < z < y$ E) $y < z < x$

Çözüm: $x = \sin 175 = \sin 5$
$y = \cos 190 = -\cos 10 = -\sin 80$
$z = \cos 300 = \cos 60 = \sin 30$

y nin işareti (–) olduğundan en küçük olacaktır. Açı değeri ile sıralama doğru orantılı olacağından
$5° < 30° \Rightarrow \sin 5 < \sin 30$ olacaktır.
Doğru sıralama: $-\sin 80 < \sin 5 < \sin 30$
$y < x < z$

CEVAP: C

Örnek: $x = \tan 60$
$y = \cot 120$
$z = \cot 250$

olduğuna göre, **aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?**

A) $y < z < x$ B) $x < y < z$ C) $y < x < z$
D) $z < y < x$ E) $z < x < y$

Çözüm: $x = \tan 60$
$y = \cot 120 = -\cot 60 = -\tan 30$
$z = \cot 250 = \cot 70 = \tan 20$

y nin şareti (–) olduğundan en küçük olacaktır. Açı değeri ile sıralama doğru orantılı olacağından
$20° < 60° \Rightarrow \tan 20 < \tan 60$ olacaktır.
Doğru sıralama: $-\tan 30 < \tan 20 < \tan 60$
$y < z < x$

CEVAP: A

Örnek: $x = \tan 80$
$y = \sin 140$
$z = \cos 110$
$p = \cot 220$

olduğuna göre, **aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?**

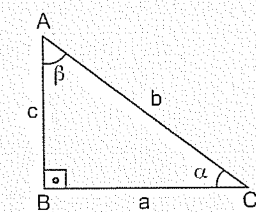
A) $x > z > p > y$ B) $x > z > y > p$ C) $x > y > z > p$
D) $x > p > z > y$ E) $x > p > y > z$

Çözüm: $x = \tan 80$
$y = \sin 140 = \sin 40$
$z = \cos 110 = -\cos 70 = -\sin 20$
$p = \cot 220 = \cot 40 = \tan 50$

z nin işareti (–) olduğundan en küçük olacaktır.
$\tan 45 = 1$ olduğuna göre, 45 ten büyük olan her açının tanjantı sinüsten büyük olacaktır. Bu durumda, en büyük tan80 olur.
Doğru sıralama: $\tan 80 > \tan 50 > \sin 40 > -\sin 20$
$x > p > y > z$

CEVAP: E

DİK ÜÇGENDE DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK DEĞERLERİ



$$\cos\alpha = \frac{\text{Komşu Kenar Uzunluğu}}{\text{Hipotenüs Uzunluğu}} = \frac{a}{b}$$
$$\sin\alpha = \frac{\text{Karşı Kenar Uzunluğu}}{\text{Hipotenüs Uzunluğu}} = \frac{c}{b}$$
$$\tan\alpha = \frac{\text{Karşı Kenar Uzunluğu}}{\text{Komşu Kenar Uzunluğu}} = \frac{c}{a}$$
$$\cot\alpha = \frac{\text{Komşu Kenar Uzunluğu}}{\text{Karşı Kenar Uzunluğu}} = \frac{a}{c}$$
$$\cos\beta = \frac{\text{Komşu Kenar Uzunluğu}}{\text{Hipotenüs Uzunluğu}} = \frac{c}{b}$$
$$\sin\beta = \frac{\text{Karşı Kenar Uzunluğu}}{\text{Hipotenüs Uzunluğu}} = \frac{a}{b}$$
$$\tan\beta = \frac{\text{Karşı Kenar Uzunluğu}}{\text{Komşu Kenar Uzunluğu}} = \frac{a}{c}$$
$$\cot\beta = \frac{\text{Komşu Kenar Uzunluğu}}{\text{Karşı Kenar Uzunluğu}} = \frac{c}{a}$$

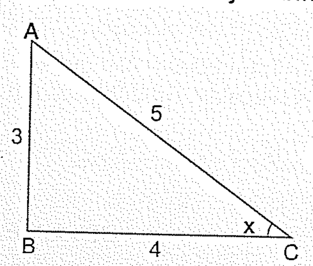
Sonuçlar:

1. Birbirini tümleyen açıların sinüsleri cosinüslerine, tanjantları cotanjantlarına, sekantları kosekantlarına eşittir.
2. $\sin^2x + \cos^2x = 1 \Rightarrow 1 + \tan^2x = \sec^2x$
   $1 + \cot^2x = \text{cosec}^2x$
3. $\tan x . \cot x = 1$

Örnek: $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere, $\sin x = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, **tanx aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm: x açısı birinci bölgede olduğuna göre, bütün trigonometrik fonksiyonların işaretleri (+) olacaktır.



$|BC| = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ olur.

$\tan x = +\frac{3}{4}$ bulunur.

CEVAP: B

BAZI ÖZEL AÇILARIN TRİGONOMETRİK DEĞERLERİ

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Tanımsız	0	Tanımsız	0
cot	Tanımsız	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	Tanımsız	0	Tanımsız

Örnek: $\frac{\sin 60 + \cos 30}{\tan 60}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

Çözüm: $\frac{\sin 60 + \cos 30}{\tan 60} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$

CEVAP: C

Örnek: $\frac{(\sin 0 + \cos 0)^2}{\tan 30 + \cot 30}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

Çözüm: $\frac{(\sin 0 + \cos 0)^2}{\tan 30 + \cot 30} = \frac{(0+1)^2}{\frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3}}$

$= \frac{1}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{4\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}$

CEVAP: C

TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

1. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$
   $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$
   $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha$
   $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\alpha$
2. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$
   $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$
   $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot\alpha$
   $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan\alpha$
3. $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$
   $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$
   $\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$
   $\cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha$
4. $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$
   $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$
   $\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$
   $\cot(\pi + \alpha) = \cot\alpha$
5. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha$
   $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$
   $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha$
   $\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\alpha$
6. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$
   $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$
   $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot\alpha$
   $\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan\alpha$
7. $\sin(2\pi - \alpha) = -\sin\alpha$
   $\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha$
   $\tan(2\pi - \alpha) = -\tan\alpha$
   $\cot(2\pi - \alpha) = -\cot\alpha$
8. $\sin(2\pi + \alpha) = \sin\alpha$
   $\cos(2\pi + \alpha) = \cos\alpha$
   $\tan(2\pi + \alpha) = \tan\alpha$
   $\cot(2\pi + \alpha) = \cot\alpha$
9. $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$
   $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$
   $\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$
   $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$

Örnek: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ olduğuna göre, **cotx kaçtır?**

A) $-\frac{1}{2}$ B) −1 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Çözüm: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ olur.

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ olur.

$\Rightarrow \cos x = \sin x \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = 1 \Rightarrow \cot x = 1$

CEVAP: C

Örnek: $\frac{\sin(\pi - x) - \sin(\pi + x)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$ ifadesinin en sade şekli **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) −1 B) −tanx C) −cotx
D) 1 E) cotx

Çözüm: $\sin(\pi - x) = \sin x$ olur.

$\sin(\pi + x) = -\sin x$ olur.

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$ olur.

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x$ olur.

Verilerin eşitlikleri ifadede yerine yazalım.

$\frac{\sin x - (-\sin x)}{-\cos x + (-\cos x)} = \frac{2.\sin x}{-2.\cos x} = -\tan x$

CEVAP: B

FONKSİYONLARIN PERİYOTLARI

a, b, c, d reel sayı ve m pozitif tam sayı olmak üzere,

$\left.\begin{array}{l} f(x) = a + b.\sin^m(cx+d) \\ g(x) = a + b.\cos^m(cx+d) \end{array}\right\} \begin{cases} \frac{2\pi}{|c|}, m \text{ tek} \\ \frac{\pi}{|c|}, m \text{ çift} \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} f(x) = a + b.\tan^m(cx+d) \\ g(x) = a + b.\cos^m(cx+d) \end{array}\right\} \left\{ \frac{\pi}{|c|} \right.$

NOT:

h(x) = f(x) ± g(x) fonksiyonlarının periyodu, f(x) ve g(x) fonksiyonlarının periyodunun okeklerine eşittir.

Örnek: $f(x) = \sin^2(3x + 4)$ **fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) 2π E) 4π

Çözüm: m = 2 (çift) ve c = 3 olur.

f(x)in periyodu $\frac{\pi}{|3|} = \frac{\pi}{3}$ bulunur.

CEVAP: A

Örnek: $f(x) = \cos^3(4x + 5) + \tan(5x)$ **fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{5}$

Çözüm:

$\cos^3(4x + 5) \Rightarrow m = 3$ ve $c = 4$ olur.

$\Rightarrow$ periyodu $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$\tan(5x) \Rightarrow m = 1$ ve $c = 5$ olur.

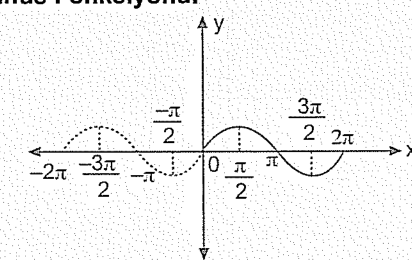
$\Rightarrow$ periyodu $\frac{\pi}{5}$

Fonksiyonun periyodu OKEK$\left(\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{2}\right) = \pi$ olur.

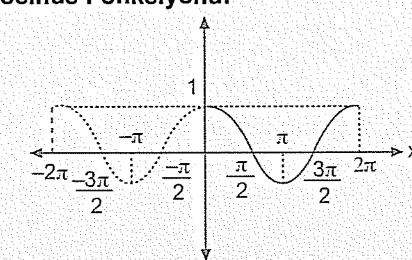
CEVAP: C

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

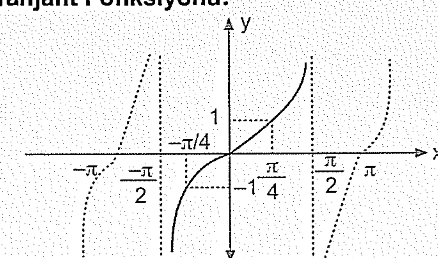
1. **Sinüs Fonksiyonu:**



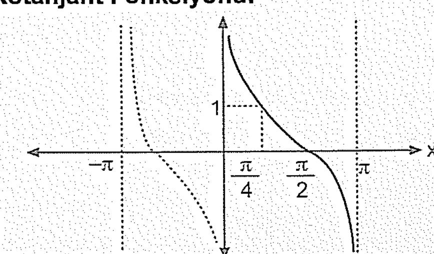
2. **Kosinüs Fonksiyonu:**



3. **Tanjant Fonksiyonu:**

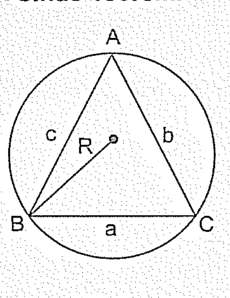


4. **Kotanjant Fonksiyonu:**



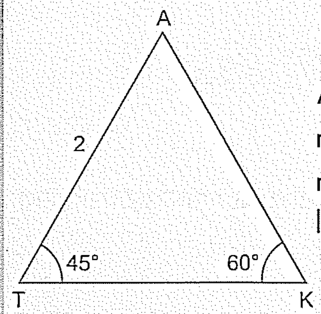
TRİGONOMETRİK BAĞINTILAR

1. Sinüs Teoremi



$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

Önek:



ATK üçgen
$m(\widehat{ATK})=45°$
$m(\widehat{AKT})=60°$
$|AT|=2cm$

olduğuna göre, **|KA| kaç cm dir?**

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

Çözüm: ATK üçgeninde sinüs teoremi uygulayalım.

$$\frac{|AT|}{\sin(\widehat{AKT})}=\frac{|KA|}{\sin(\widehat{ATK})}\Rightarrow\frac{2}{\sin 60°}=\frac{|KA|}{\sin 45°}$$

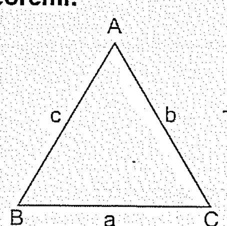
$$\Rightarrow\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{|KA|}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow\sqrt{3}.|KA|=2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow|KA|=\frac{2\sqrt{6}}{3}\ \text{cm}$$

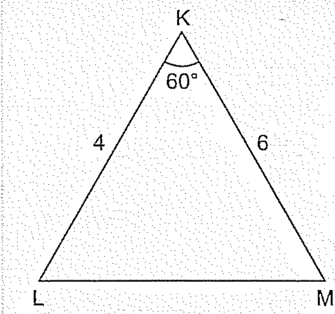
CEVAP: C

2. Kosinüs Teoremi:



$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c \cos A$ (A köşesi)
$b^2 = a^2 + c^2 - 2a.c. \cos B$ (B köşesi)
$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$ (C köşesi)

Örnek:



KLM üçgen
$|KL|=4cm$
$|KM|=6cm$
$m(\widehat{LKM})=60°$

olduğuna göre, **|LM| kaç cm dir?**

A) 5 B) $2\sqrt{7}$ C) $\sqrt{30}$ D) 6 E) $2\sqrt{10}$

Çözüm: K köşesinden kosinüs teoremi uygulayalım.

$|LM|^2=|KL|^2+|KM|^2-2.|KL|.|KM|.\cos(LKM)$

$|LM|^2=4^2+6^2-2.4.6.\cos 60°$

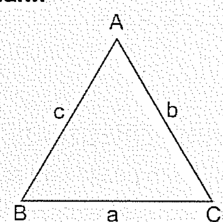
$|LM|^2=52-48.\frac{1}{2}$

$|LM|^2=28$

$|LM|=2\sqrt{7}$ cm olur.

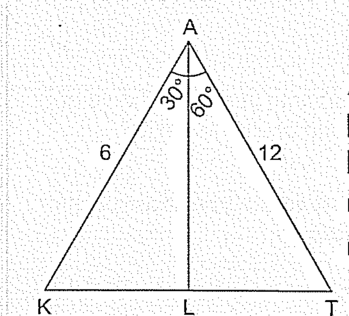
CEVAP: B

3. Üçgenin Alanı:



$$A(\overset{\Delta}{ABC})=\frac{b.c.\sin A}{2}=\frac{a.c.\sin B}{2}=\frac{a.b.\sin C}{2}$$

Örnek:



AKT üçgen
$|KA|=6$ cm
$|TA|=12$ cm
$m(\widehat{KAL})=30°$
$m(\widehat{LAT})=60°$

olduğuna göre, $\frac{|KL|}{|LT|}$ **oranı kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

Çözüm:

$$\frac{|KL|}{|LT|}=\frac{A(\overset{\Delta}{AKL})}{A(\overset{\Delta}{ALT})}=\frac{\frac{1}{2}.|KA|.|AL|.\sin(\widehat{KAL})}{\frac{1}{2}.|TA|.|AL|.\sin(\widehat{LAT})}$$

$$=\frac{6.\sin 30}{12.\sin 60}=\frac{6.\frac{1}{2}}{12.\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

CEVAP: D

TOPLAM VE FARK FORMÜLLERİ:

$\sin(x\mp y)=\sin x.\cos y\mp\sin y.\cos x$

$\cos(x\mp y)=\cos x.\cos y\pm\sin y.\sin x$

$\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x.\tan y}$

$\tan(x-y)=\frac{\tan x-\tan y}{1+\tan x.\tan y}$

$\cot(x+y)=\frac{1}{\tan(x+y)}$

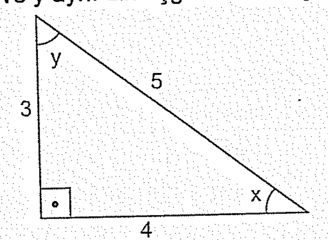
$\cot(x-y)=\frac{1}{\tan(x-y)}$

Örnek: $0<x<\frac{\pi}{2}$ ve $0<y<\frac{\pi}{2}$ olmak üzere;

$\sin x=\frac{3}{5}$ ve $\sin y=\frac{4}{5}$ olduğuna göre, **cos(x + y) kaçtır?**

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{3}{25}$

Çözüm: x ve y aynı dik üçgenin farklı iç açıları olur.

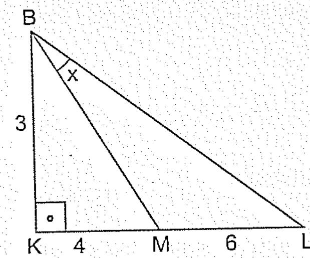


$\cos(x+y)=\cos x.\cos y-\sin x.\sin y$

$=\frac{3}{5}.\frac{4}{5}-\frac{3}{5}.\frac{4}{5}=\frac{12}{25}-\frac{12}{25}=0$

CEVAP: A

Örnek:

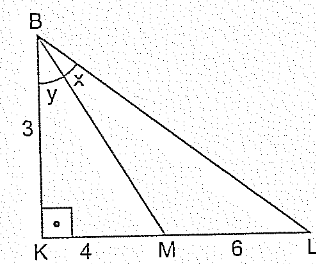


BKL dik üçgen
[BK] ⊥ [KL]
|BK| = 3 cm
|KM| = 4 cm
|ML| = 6 cm

olduğuna göre, **tanx kaçtır?**

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{15}{49}$ C) $\frac{16}{49}$ D) $\frac{18}{49}$ E) $\frac{19}{49}$

ÇÖZÜM:



$m(\widehat{KBM})=y$ olsun.

$\tan(x+y)=\frac{|KL|}{|BK|}=\frac{10}{3}$ olur.

$\tan y=\frac{|KM|}{|BK|}=\frac{4}{3}$ olur.

$\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x.\tan y}$

$\Rightarrow\frac{10}{3}=\frac{\tan x+\frac{4}{3}}{1-\frac{4}{3}.\tan x}$

$\Rightarrow\frac{10}{3}=\frac{3\tan x+4}{3-4\tan x}$

$\Rightarrow 30-40\tan x=9\tan x+12$

$\Rightarrow 49\tan x=18$

$\Rightarrow \tan x=\frac{18}{49}$

CEVAP: D

YARIM AÇI FORMÜLLERİ:

$\sin 2x=2.\sin x.\cos x$

$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x$

$\tan 2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$

$\cot 2x=\frac{\cot^2 x-1}{2\cot x}$

Örnek: $\sin x=\frac{2}{3}$ olduğuna göre, **cos2x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

Çözüm: $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

$\Rightarrow \cos 2x = 1 - 2.\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

$\Rightarrow \cos 2x = 1 - \dfrac{8}{9}$

$\Rightarrow \cos 2x = \dfrac{1}{9}$ bulunur.

CEVAP: E

Örnek: $\sin x.\cos x = \dfrac{1}{3}$ olduğuna göre, **cos4x aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{12}$

Çözüm: $\sin x.\cos x = \dfrac{1}{3} \Rightarrow 2.\sin x.\cos x = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow \sin 2x = \dfrac{2}{3}$ olur.

$\cos 4x = 1 - 2.\sin^2(2x) = 1 - 2.\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

$\cos 4x = 1 - \dfrac{8}{9} = \dfrac{1}{9}$ olur.

CEVAP: C

DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ:

$\sin A + \sin B = 2.\sin\dfrac{A+B}{2}.\cos\dfrac{A-B}{2}$

$\sin A - \sin B = 2.\sin\dfrac{A-B}{2}.\cos\dfrac{A+B}{2}$

$\cos A + \cos B = 2.\cos\dfrac{A+B}{2}.\cos\dfrac{A-B}{2}$

$\cos A - \cos B = -2.\sin\dfrac{A+B}{2}.\sin\dfrac{A-B}{2}$

Örnek: $\dfrac{1}{\sin 75} + \dfrac{1}{\cos 75}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

Çözüm: Verilen ifadenin paydalarını eşitleyelim.

$\underset{(\cos 75)}{\dfrac{1}{\sin 75}} + \underset{(\sin 75)}{\dfrac{1}{\cos 75}} = \dfrac{\sin 75 + \cos 75}{\sin 75.\cos 75}$

$= \dfrac{2.(\sin 75 + \sin 15)}{2.\sin 75.\cos 75}$

$= \dfrac{2.2.\sin\left(\dfrac{75+15}{2}\right).\cos\left(\dfrac{75-15}{2}\right)}{\sin 150}$

$= \dfrac{4.\sin 45.\cos 30}{\sin 30}$

$= \dfrac{4.\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{1}{2}} = 2\sqrt{6}$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $\dfrac{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cotx B) cot3x C) cot5x
D) tan3x E) tan5x

Çözüm: $\dfrac{\cos x + \cos 5x + \cos 3x}{\sin x + \sin 5x + \sin 3x}$

$\Rightarrow \dfrac{2.\cos\left(\dfrac{x+5x}{2}\right).\cos\left(\dfrac{x-5x}{2}\right) + \cos 3x}{2.\sin\left(\dfrac{x+5x}{2}\right).\cos\left(\dfrac{x-5x}{2}\right) + \sin 3x}$

$\Rightarrow \dfrac{2.\cos 3x.\cos 2x + \cos 3x}{2.\sin 3x.\cos 2x + \sin 3x}$

$\Rightarrow \dfrac{\cos 3x.(\cancel{2.\cos 2x + 1})}{\sin 3x.(\cancel{2.\cos 2x + 1})}$

$\Rightarrow \cot 3x$ olur.

CEVAP: B

TERS DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ:

$\sin A.\cos B = \dfrac{1}{2}[\sin(A+B) + \sin(A-B)]$

$\cos A.\cos B = \dfrac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$

$\sin A.\sin B = -\dfrac{1}{2}[\cos(A+B) - \cos(A-B)]$

Örnek: cos18.cos36 çarpımının sonucu **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 4.tan72 B) 2.tan72 C) tan72
D) $\dfrac{\tan 72}{2}$ E) $\dfrac{\tan 72}{4}$

Çözüm: $\dfrac{\cos 18.\cos 36.\cos 72}{\cos 72}$

$\Rightarrow \dfrac{\dfrac{1}{2}.[\cos(18+72) + \cos(72-18)].\cos 36}{\cos 72}$

$\Rightarrow \dfrac{\dfrac{1}{2}.\cos 54.\cos 36}{\cos 72}$

$\Rightarrow \dfrac{\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.[\cos(54+36) + \cos(54-36)]}{\cos 72}$

$\Rightarrow \dfrac{\dfrac{1}{4}.\cos 18}{\cos 72}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{4}.\dfrac{\sin 72}{\cos 72} \Rightarrow \dfrac{\tan 72}{4}$ olur.

CEVAP: E

Örnek: cos20.cos40.cos80 **çarpımının sonucu kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

Çözüm:

$\cos 20.\cos 40.\cos 80$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}.[\cos(20+40) + \cos(20-40)].\cos 80$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}.[\cos 60 + \cos 20].\cos 80$

$\Rightarrow \left[\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}.\cos 20\right].\cos 80$

$\Rightarrow \dfrac{1}{4}.\cos 80 + \dfrac{1}{2}.\cos 20.\cos 80$

$\Rightarrow \dfrac{1}{4}.\cos 80 + \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}[\cos(20+80) + \cos(20-80)]$

$\Rightarrow \dfrac{\cos 80}{4} + \dfrac{1}{4}[\cos 100 + \cos 60]$

$\Rightarrow \dfrac{\cos 80}{4} + \dfrac{1}{4}\left[-\cos 80 + \dfrac{1}{2}\right]$

$\Rightarrow \dfrac{\cos 80}{4} - \dfrac{\cos 80}{4} + \dfrac{1}{8}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{8}$

CEVAP: D

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1. Arksinüs Fonksiyonu:

$f: \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right] \to [-1,1] \Rightarrow f(x) = \sin x$

$\arcsin: [-1,1] \to \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right] \Rightarrow f^{-1}(x) = \arcsin x$

Örnek: $\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{3}$ B) $-\frac{\pi}{6}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

Çözüm: $\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{\pi}{3}$ olur.

$\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{\pi}{6}$ olur.

$\Rightarrow \dfrac{\pi}{3} + \left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi}{6}$ bulunur.

CEVAP: E

2. Arkkosinüs Fonksiyonu:

$f: [0, \pi] \to [-1, 1] \Rightarrow f(x) = \cos x$

$\arccos: [-1, 1] \to [0, \pi] \Rightarrow f^{-1}(x) = \arccos x$

Örnek: arccosx = k olduğuna göre, **sink nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $1 + x^2$ B) $1 - x^2$ C) $\sqrt{1-x^2}$
D) $\sqrt{1+x^2}$ E) $\sqrt{x^2+2}$

Çözüm: $\arccos x = k \Rightarrow \cos k = x$ olur.

$\sin^2 k + \cos^2 k = 1 \Rightarrow \sin^2 k + x^2 = 1$

$\Rightarrow \sin k = \sqrt{1-x^2}$

CEVAP: C

3. Arktanjant Fonksiyonu:

$f: \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \to R \Rightarrow f(x) = \tan x$

$\arctan: R \to \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow f^{-1}(x) = \arctan x$

Örnek: sin(arctan0)

işleminin sonucu kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

Çözüm:

arctan0 = k olsun.

Bu durumda, tank = 0 ⇒ k = 0° olur.

$\sin(\underbrace{\arctan 0}_{0}) = \sin 0 = 0$ bulunur.

CEVAP: B

4. Arkcotanjant Fonksiyonu:

$f: (0, \pi) \to R \Rightarrow f(x) = \cot x$

$\text{arccot}: R \to (0,\pi) \Rightarrow f^{-1}(x) = \text{arccot} x$

Örnek: arccotk = x ve arctanp = x olduğuna göre, **k ile p arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) k + p = 0 B) k – p = 1 C) k + p = 1
D) k.p = –1 E) k.p = 1

Çözüm: arccotk = x ⇒ cotx = k olur.

arctanp = x ⇒ tanx = p olur.

cotx.tanx = 1 ⇒ k.p = 1 olur.

CEVAP: E

NOT:

1.	2.
sin(arcsinx) = x	arcsinx = k ⇔ x = sink
cos(arccosx) = x	arccosx = k ⇔ x = cosk
tan(arctanx) = x	arctanx = k ⇔ x = tank
cot(arccotx) = x	arccotx = k ⇔ x = cotk

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

1. $\cos x = \cos p \Rightarrow k \in Z$

$x_1 = p + 2k\pi$

$x_2 = -p + 2k\pi$

2. $\sin x = \sin p \Rightarrow k \in z$

$x_1 = p + 2k\pi$

$x_2 = \pi - p + 2k\pi$

3. $\tan x = \tan p$

$\cot x = \cot p \Rightarrow k \in Z$

$x = p + k\pi$

Örnek: $\cos x = \frac{1}{2}$ olmak üzere, $[0,4\pi)$ aralığında koşulu sağlayan **kaç tane kök vardır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: $\cos x = \cos 60° = \frac{1}{2}$ olur.

$x_1 = 60° + 2k\pi$ veya $x_2 = -60° + 2k\pi$

$k = 0 \Rightarrow x = 60°$ $\quad k = 1 \Rightarrow x = 300°$

$k = 1 \Rightarrow x = 420°$ $\quad k = 2 \Rightarrow x = 660°$

Bu durumda, $[0,4\pi)$ aralığında 4 tane kökü olur.

CEVAP: B

Örnek: $\sin x = \cos(3x - 40)$ olmak üzere, $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında koşulu sağlayan **kaç tane kök vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $\sin x = \cos(3x - 40) = \sin(130 - 3x)$

$x = 130 - 3x + 2k\pi$ veya $x = 180 - 130 + 3x + 2k\pi$

$4x = 130 + 2k\pi$ $\quad x = -25 - k\pi$

$x = \frac{65}{2} + \frac{k\pi}{2}$ $\quad \varnothing$

$k = 0 \Rightarrow x = \frac{65}{2}$

Bu durumda, $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında 1 tane kökü vardır.

CEVAP: A

Örnek: $\tan(2x - 15) = 1$ olmak üzere, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında koşulu sağlayan **kaç tane kök vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $\tan(2x - 15) = \tan 45 = 1$ olur.

$2x - 15 = 45 + k\pi \Rightarrow 2x = 60 + k\pi$

$\Rightarrow x = 30 + \frac{k\pi}{2}$ olur.

$k = -1$ için $x = -60$ olur.

$k = 0$ için $x = 30$ olur.

Bu durumda, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında 2 tane kökü vardır.

CEVAP: B

BÖLÜM 4
KARMAŞIK SAYILAR

$a, b \in R$ ve $i^2 = -1$ olmak üzere, $z = a + bi$ biçimindeki ifadelere karmaşık (kompleks) sayı denir.

a ya reel (gerçel) kısım, b ye imajiner (sanal) kısım denir.

i SAYISININ KUVVETLERİ

$i^1 = i$

$i^2 = -1$

$i^3 = -i$

$i^4 = 1$

i sayısının kuvveti 4'e bölünür. Kalan değerlere göre i nin değeri hesaplanır.

Örnek: $i^{20} + i^{22} + i^{27}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) i B) 1 C) −1 D) −i E) 2i

Çözüm: 20 yi 4'e bölersek kalan 0 olur.

$i^{20} = i^0 = 1$ olur.

22'yi 4'e bölersek kalan 2 olur.

$i^{22} = i^2 = -1$ olur.

27'yi 4'e bölersek kalan 3 olur.

$i^{27} = i^3 = -i$ olur.

$i^{20} + i^{22} + i^{27} = 1 - 1 - i = -i$ olur.

CEVAP: D

Örnek: $i + i^2 + i^3 + \ldots + i^{43}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) −i B) −1 C) 0 D) 1 E) i

Çözüm: $\underbrace{i + i^2 + i^3 + i^4}_{0} + \underbrace{i^5 + i^6 + i^7 + i^8}_{0} + \ldots + i^{41} + i^{42} + i^{43}$

$\Rightarrow i^{41} + i^{42} + i^{43} = i - 1 - i = -1$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $i.i^2.i^3.i^4.i^5 \ldots i^{12}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) −i B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: $\underbrace{i.i^2.i^3.i^4}_{-1}.\underbrace{i^5.i^6.i^7.i^8}_{-1}.\underbrace{i^9.i^{10}.i^{11}.i^{12}}_{-1}$

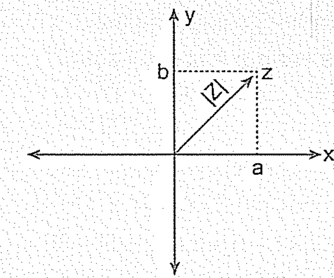
$\Rightarrow (-1).(-1).(-1) = -1$ olur.

CEVAP: B

BİR KARMAŞIK SAYININ MODÜLÜ

Karmaşık sayının orijine olan uzaklığına denir. Z karmaşık sayısının modülü |Z| ile gösterilir.

Özellikleri:



$Z(a,b) \Rightarrow |Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

1. $|Z| = |-Z| = |-\bar{Z}| = |\bar{Z}|$
2. $\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| = \frac{|Z_1|}{|Z_2|} (Z_2 \neq 0)$
3. $|Z_1 Z_2| = |Z_1|.|Z_2|$
4. $|Z^n| = |Z|^n$

Örnek: $z = 3 + ki$ karmaşık sayısının modülü 5 olduğuna göre, **k kaç olabilir?**

A) −1 B) −2 C) −3 D) −4 E) −5

Çözüm: $|z| = 5 \Rightarrow \sqrt{3^2 + k^2} = 5$

$\Rightarrow 9 + k^2 = 25$

$\Rightarrow k^2 = 16$

$\Rightarrow k = 4$ veya $k = -4$

CEVAP: D

Örnek: $z = \frac{(2+i)^2.(3-i)}{(1-i)}$ olduğuna göre, **|z| kaçtır?**

A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{5}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{5}$

Çözüm: $|z| = \frac{|2+i|^2.|3-i|}{|1-i|}$

$\Rightarrow |z| = \frac{\left(\sqrt{4+1}\right)^2.\sqrt{9+1}}{\sqrt{1+1}} = \frac{5.\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 5\sqrt{2}$

CEVAP: D

KARMAŞIK SAYILARDA İŞLEMLER

$Z_1 = a + bi$ ve $Z_2 = c + di$ olsun.

1. $Z_1 + Z_2 = (a + c) + (b + d)i$
2. $Z_1 - Z_2 = (a - c) + (b - d)i$
3. $Z_1 . Z_2 = (a + bi)(c + di) = (a.c - b.d) + (a.d + b.c)i$
4. $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a.c + b.d) + (b.c - a.d)i}{c^2 + d^2}$

NOT:

$Z = a + bi$ ise

$Z.\bar{Z} = (a + bi).(a - bi) = a^2 + b^2$ olur.

Örnek: $z_1 = 2 + 3i$

$z_2 = 1 - i$ olduğuna göre,

$z_1^2 + z_1 . z_2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4i B) 5 + i C) 13i D) 1 – i E) 1 + i

Çözüm: $z_1^2 = (2 + 3i)^2 = 4 + 12i + 9i^2$

$= 4 + 12i - 9 = -5 + 12i$

$z_1 . z_2 = (2 + 3i)(1 - i) = 2 - 2i + 3i - 3i^2$

$= 2 + i + 3 = 5 + i$

$z_1^2 + z_1 . z_2 = -5 + 12i + 5 + i = 13i$

CEVAP: C

Örnek: $\frac{1-i}{2+i}+\frac{1+i}{2-i}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{2i}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) 1 D) 0 E) 1 – i

Çözüm:

$$\underset{(2-i)}{\frac{1-i}{2+i}}+\underset{(2+i)}{\frac{1+i}{2-i}}=\frac{(1-i)(2-i)+(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$$

$$\Rightarrow \frac{2-i-2i-1+2+i+2i-1}{4+2i-2i+1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}$$

CEVAP: B

Örnek: $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 – i B) 1 + i C) i – 1 D) –2 E) 2

Çözüm:

$$\left(\underset{(1-i)}{\frac{1-i}{1+i}}\right)^2+\left(\underset{(1+i)}{\frac{1+i}{1-i}}\right)^2=\left(\frac{(1-i)^2}{2}\right)^2+\left(\frac{(1+i)^2}{2}\right)^2$$

$$=\left(\frac{1-2i-1}{2}\right)^2+\left(\frac{1+2i-1}{2}\right)^2$$

$$=(-i)^2+(i)^2$$

$$=-1-1=-2$$

CEVAP: D

BİR KARMAŞIK SAYISININ EŞLENİĞİ

a + bi ve a + (–b)i karmaşık sayıları birbirinin eşleniğidir. Z karmaşık sayısının eşleniği $\overline{Z}$ ile gösterilir.

ÖZELLİKLERİ

1. $\overline{(\overline{Z})}=Z$
2. $\overline{Z_1 \mp Z_2}=\overline{Z_1}\mp\overline{Z_2}$
3. $\overline{Z_1 Z_2}=\overline{Z_1}.\overline{Z_2}$
4. $\overline{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)}=\frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}}(Z_2 \neq 0)$
5. $\overline{(Z^n)}=(\overline{Z})^n$

NOT:

$ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden denklemin bir kökü a + bi ise diğer kökü a – bi dir.

Örnek: $z+\overline{z}=4$ olduğuna göre, **Re(z) kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: z = a + bi olsun.

Bu durumda, $\overline{z}=a-bi$ olur.

$z+\overline{z}=4 \Rightarrow a+\cancel{bi}+a-\cancel{bi}=4$

$\Rightarrow 2a=4$

$\Rightarrow a=2$ olur.

Bu durumda, Re(z) = a = 2 olur.

CEVAP: B

Örnek: $|z|+\overline{z}=8+4i$ olduğuna göre, **z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –3 – 4i B) 2 – i C) 2 + i
D) 3 + 4i E) 3 – 4i

Çözüm: z = a + bi olsun.

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ ve $\overline{z}=a-bi$ olur.

$|z|+\overline{z}=8+4i \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}+a-bi=8+4i$

$\sqrt{a^2+b^2}+a=8$ ve $-b=4$ olur.

Bu durumda, $b=-4$ olur.

$\sqrt{a^2+(-4)^2}+a=8 \Rightarrow \left(\sqrt{a^2+16}\right)^2=(8-a)^2$

$\Rightarrow a^2+16=64-16a+a^2$

$\Rightarrow 16a=48$

$\Rightarrow a=3$ olur.

Bu durumda, z = 3 – 4i olur.

CEVAP: E

Örnek: Köklerinden biri 2 – i olan ikinci dereceden denklem **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - 4x + 5 = 0$ B) $x^2 - x + 2 = 0$
C) $x^2 + x - 2 = 0$ D) $x^2 + 4x - 5 = 0$
E) $x^2 + x + 1 = 0$

Çözüm: Köklerinden biri 2 – i ise diğeri 2 + i olur.

Denklemin kökler toplamı: 2 – i + 2 + i = 4

Denklemin kökler çarpımı: (2 – i) (2 + i) = 5

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 . x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0$

CEVAP: A

İKİ KARMAŞIK SAYI ARASINDAKİ UZAKLIK

$Z=a+bi$ ve $W=m+ni$ olsun.

$|Z-W|=\sqrt{(a-m)^2+(b-n)^2}$

Örnek: $z_1 = 2 - 3i$ ve $z_2 = 4 + 4i$ olduğuna göre, **z_1 ve z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?**

A) $5\sqrt{2}$ B) $\sqrt{53}$ C) $2\sqrt{15}$
D) 8 E) $6\sqrt{2}$

Çözüm: $|z_1-z_2|=\sqrt{(2-4)^2+(-3-4)^2}$

$=\sqrt{4+49}=\sqrt{53}$ birim.

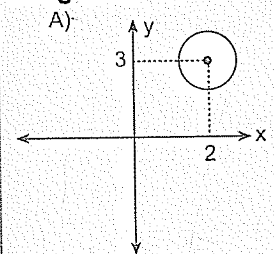
CEVAP: B

KARMAŞIK SAYILARIN GEOMETRİK ÖZELLİKLERİ

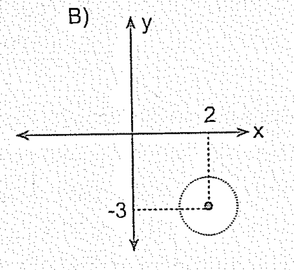
1. |Z – (a + bi)| = r denklemi analitik düzlemde merkezi (a, b) ve yarıçapı r olan çember belirtir.
2. |Z – (a + bi)| < r eşitsizliği analitik düzlemde merkezi (a, b) ve yarıçapı r olan çemberin iç bölgesidir.
3. |Z – (a + bi)| > r eşitsizliği analitik düzlemde merkezi (a, b) ve yarıçapı r olan çemberin dış bölgesidir.

Örnek: |z –2 + 3i| < 1 **eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?**

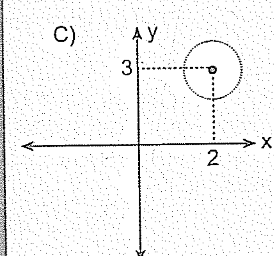
A)



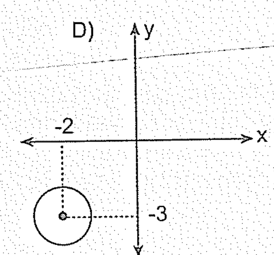
B)



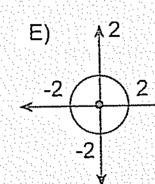
C)



D)

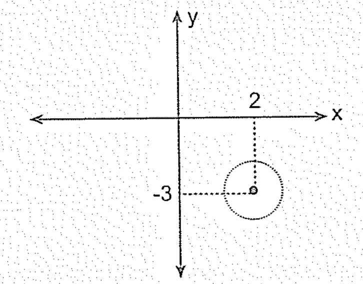


E)



Çözüm: |z – 2 + 3i| < 1 ⇒ |z – (2 – 3i)| < 1 olur.

Merkezi (2, – 3) yarıçapı 1 olan çemberin iç bölgesi olur.



CEVAP: B

Örnek: |z + i| = |z– 1| **karmaşık sayısının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x + y = 0 B) x – y = 0 C) x + 2y = 0
D) 2x –y = 0 E) x – 2y = 0

Çözüm: $z=a+bi$ olsun.

$|a+bi+i|=|a-1+bi|$

$\Rightarrow \sqrt{a^2+(b+1)^2}=\sqrt{(a-1)^2+b^2}$

$\Rightarrow \cancel{a^2}+\cancel{b^2}+2b+\cancel{1}=\cancel{a^2}-2a+\cancel{1}+\cancel{b^2}$

$\Rightarrow b=-a$

$\Rightarrow a+b=0$

a = x ve b = y kabul edilirse x + y = 0 doğrusu geometrik yer denklemi olur.

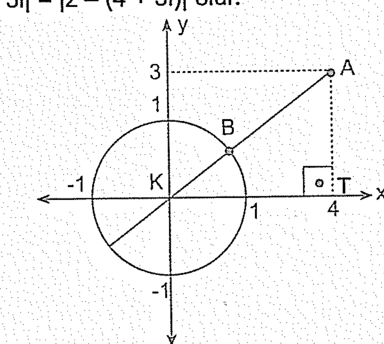
CEVAP: A

Örnek: |z| ≤ 1 ve |z – 4 – 3i| **ifadesinin alabileceği <u>en küçük</u> değer kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: |z| ≤ 1 olduğuna göre, merkezi (0, 0) olan yarıçap uzunluğu 1 birim olan çemberdir.

|z – 4 – 3i| = |z – (4 + 3i)| olur.



|KB| = 1 birim olur.

$|AK|^2 = |KT|^2 + |TA|^2 \Rightarrow |AK|^2 = 3^2 + 4^2$

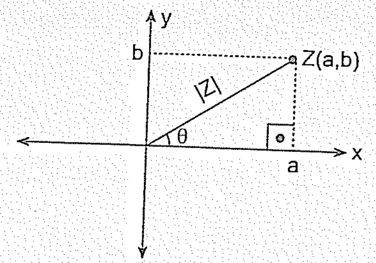
$\Rightarrow |AK| = 5$ birim

Verilen ifadenin alabileceği en küçük değer

|AB| =|AK| – |KB| = 5 – 1 = 4 birim olur.

CEVAP: B

KUTUPSAL GÖSTERİM



$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$ ve $0 \le \theta \le 2\pi$ olur.

θ ya karmaşık sayının esas argümanı denir.

$\cos\theta = \frac{a}{|Z|} \Rightarrow a = |Z|.\cos\theta$

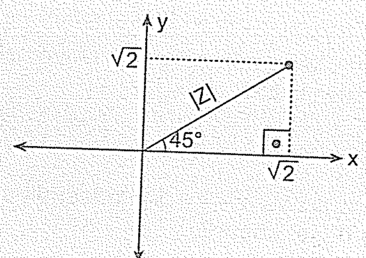
$\sin\theta = \frac{b}{|Z|} \Rightarrow b = |Z|.\sin\theta$

z = |z|.cosθ + |z|sinθ = |z| (cosθ + isinθ)

Örnek: $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ **karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (cos30 + isin30)
B) (cos60 + isin60)
C) (cos45 + i.sin45)
D) 2(cos60 + isin60)
E) 2(cos45 + isin45)

Çözüm:



$|z| = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2$ olur.

z = |z| . (cosθ + i sinθ) = 2(cos45 +i sin45)

CEVAP: E

Örnek: z = 4 (cos120 + i.sin120) **karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $2+2\sqrt{3}i$
B) $-2+2\sqrt{3}i$
C) $-2-2\sqrt{3}i$
D) 1 − i
E) −1 + i

Çözüm: $z = 4.(\cos 120 + i.\sin 120)$

$z = 4.(-\cos 60 + i.\sin 60)$

$z = 4.\left(-\frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z = -2-2\sqrt{3}i$

CEVAP: C

KUTUPSAL FORMDA İŞLEMLER

1. **Toplama İşlemi:** Kutupsal formda verilen karmaşık sayılar standart forma çevrilerek toplama işlemi yapılabilir. Kutupsal formda toplama işlemi için trigonometriden de faydalanabiliriz.

Örnek: $z_1 = 4(\cos 60 + i.\sin 60)$
$z_2 = 6\,(\cos 300 + i.\sin 300)$
olduğuna göre, **$z_1 + z_2$ toplamı kaçtır?**

A) $-5+\sqrt{3}i$
B) $-5-\sqrt{3}i$
C) $5-\sqrt{3}i$
D) $\sqrt{3}-5i$
E) $\sqrt{3}+5i$

Çözüm: $z_1 = 4.(\cos 60 + i.\sin 60)$

$z_1 = 4.\left(\frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z_1 = 2+2\sqrt{3}i$ olur.

$z_2 = 6.(\cos 300 + i.\sin 300)$

$z_2 = 6.(\cos 60 - i.\sin 60)$

$z_2 = 6\left(\frac{1}{2} - i.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z_2 = 3-3\sqrt{3}i$ olur.

$z_1 + z_2 = 2+2\sqrt{3}i+3-3\sqrt{3}i = 5-\sqrt{3}i$

CEVAP: C

Örnek: $z_1 = \cos 20 + i.\sin 20$
$z_2 = \cos 40 + i.\sin 40$
olduğuna göre, **$z_1 + z_2$ karmaşık sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2sin10
B) 2cos10
C) cos10
D) sin10
E) sin20

Çözüm: $z_1 + z_2 = \cos 20 + \cos 40 + i\,(\sin 20 + \sin 40)$

cos20 + cos40 = 2.cos30.cos10 olur.

sin20+ sin40 = 2.sin30.cos10 olur.

$z_1 + z_2 = 2\cos 10\,(\cos 30 + i.\sin 30)$ olur.

Karmaşık sayının modülü 2 cos10 olur.

CEVAP: B

2. **Çıkarma İşlemi:** Kutupsal formda verilen karmaşık sayılar standart forma çevrilerek çıkarma işlemi yapılabilir. Kutupsal formda çıkarma işlemi için tirgonometriden de faydalanabiliriz.

Örnek: $z_1 = 2.\,(\cos 60 + i\sin 60)$
$z_2 = 4.\,(\cos 300 + i\sin 300)$
olduğuna göre, **$z_1 - z_2$ farkı kaçtır?**

A) $-1-3\sqrt{3}i$
B) 1 + i
C) 1 − i
D) $-1+3\sqrt{3}i$
E) $1-3\sqrt{3}i$

Çözüm: $z_1 = 2(\cos 60 + i\sin 60)$

$z_1 = 2.\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z_1 = 1+\sqrt{3}i$ olur.

$z_2 = 4(\cos 300 + i\sin 300)$

$z_2 = 4(\cos 60 - i\sin 60)$

$z_2 = 4.\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z_2 = 2-2\sqrt{3}i$ olur.

$z_1 - z_2 = 1+\sqrt{3}i-2+2\sqrt{3}i = -1+3\sqrt{3}i$

CEVAP: D

Örnek: $z_1 = \cos 20 + i.\sin 20$
$z_2 = \cos 40 + i.\sin 40$
olduğuna göre, **$z_1 - z_2$ karmaşık sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) sin10
B) 2cos10
C) 2sin10
D) cos10
E) sin20

Çözüm:

$z_1 - z_2 = \cos 20 - \cos 40 + i(\sin 20 - \sin 40)$

cos20 − cos40 = −2.sin30.sin(−10)

= 2.sin30.sin10

sin20 − sin40 = 2.sin(−10).cos30

= −2.sin10.cos30

$z_1 - z_2$ = 2 sin10(sin30 − i cos30)

= 2 sin10 (cos60 − i.sin60)

= 2 sin10 (cos300+ i.sin300)

Bu durumda, $z_1 - z_2$ karmaşık sayısının modülü 2 sin10 olur.

CEVAP: C

3. **Çarpma İşlemi:**

$z_1 = |z_1|\,.\,(\cos\theta + i\sin\theta)$

$z_2 = |z_2|\,.\,(\cos\alpha + i.\sin\alpha)$

$z_1\,.\,z_2 = |z_1|\,.\,|z_2|\,.\,(\cos(\theta+\alpha) + i.\sin(\theta+\alpha))$

$Arg(z_1\,.\,z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$

Örnek: $z_1 = 2\,(\cos 25 + i.\sin 25)$
$z_2 = 4\,(\cos 35 + i.\sin 35)$
olduğuna göre, **$z_1\,.\,z_2$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $-4-4\sqrt{3}i$
B) $-4+4\sqrt{3}i$
C) $4-4\sqrt{3}i$
D) $4+4\sqrt{3}i$
E) $2+4\sqrt{3}i$

Çözüm:

$z_1.z_2 = 2.4(\cos(25+35) + i.\sin(25+35))$

$= 8.(\cos 60 + i.\sin 60)$

$= 8.\left(\frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 4+4\sqrt{3}i$

CEVAP: D

4. **Bölme İşlemi**

$z_1 = |z_1|.(\cos\theta + i.\sin\theta)$

$z_2 = |z_2|.(\cos\alpha + i.\sin\alpha)$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|}.(\cos(\theta-\alpha) + i.\sin(\theta-\alpha))$

$Arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = Arg(z_1) - Arg(z_2)$

Örnek: $z_1 = 4.\,(\cos 105 + i.\sin 105)$
$z_2 = 2.\,(\cos 15 + i.\sin 15)$
olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ **karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) −2i
B) −i
C) 1
D) i
E) 2i

Çözüm:

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{4}{2}.(\cos(105-15) + i.\sin(105-15))$

$= 2.(\cos 90 + i.\sin 90)$

$= 2.(0+i)$

$= 2i$ olur.

CEVAP: E

5. **Kutupal formda kuvvet:**

z = |z| . (cosθ+ i.sinθ)

$z^n = |z|^n.\,(\cos n\theta + i.\sin n\theta)$

$Arg(z^n) = n.\,Arg(z)$

Örnek: z = 2(cos40 + i.sin40) olduğuna göre, **z^6 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $16-16\sqrt{3}i$
B) $32-32\sqrt{3}i$
C) $32+32\sqrt{3}i$
D) $16+16\sqrt{3}i$
E) $-32-32\sqrt{3}i$

Çözüm: $z^6 = 2^6.(\cos(6.40) + i.\sin(6.40))$

$= 64.(\cos 240 + i\sin 240)$

$= 64.(-\cos 60 - i\sin 60)$

$= 64.\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= -32-32\sqrt{3}i$

CEVAP: E

6. Kutupsal formda eşlenik:

$z = |z|.(\cos\theta + i.\sin\theta)$

$\bar{z} = |z|.(\cos(2\pi - \theta) + i.\sin(2\pi - \theta))$

$\text{Arg}(\bar{z}) = 2\pi - \text{Arg}(z)$

Örnek: $z = 2\,(\cos 60 + i\,\sin 60)$

olduğuna göre, $\bar{z}$ **karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $1-\sqrt{3}i$ B) $-1-\sqrt{3}i$ C) $-1+\sqrt{3}i$

D) $\sqrt{3}-i$ E) $\sqrt{3}+i$

Çözüm: $\bar{z} = 2.(\cos(360-60) + i.\sin(360-60))$

$\bar{z} = 2.(\cos 300 + i.\sin 300)$

$\bar{z} = 2.(\cos 60 - i.\sin 60)$

$\bar{z} = 2.\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\bar{z} = 1 - \sqrt{3}i$ olur.

CEVAP: A

7. Kutupsal formda bir karmaşık sayının toplama işlemine göre tersi:

$z = |z|\,.\,(\cos\theta + i.\sin\theta)$

$-z = |z|.\,(\cos(\pi + \theta) + i.\sin(\pi + \theta))$

Örnek: $z = 4\,(\cos 30 + i.\sin 30)$

olduğuna göre, **$-z$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $2-2\sqrt{3}i$ B) $2+2\sqrt{3}i$ C) $-2-2\sqrt{3}i$

D) $-2\sqrt{3}-2i$ E) $-2\sqrt{3}+3i$

Çözüm: $-z = 4.(\cos(180 + 30) + i.\sin(180 + 30))$

$-z = 4.\,(\cos 210 + i.\sin 210)$

$-z = 4.(-\cos 30 - i.\sin 30)$

$-z = 4.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i.\frac{1}{2}\right)$

$-z = -2\sqrt{3} - 2i$ olur.

CEVAP: D

BİR KARMAŞIK SAYININ n. DERECEDEN KAREKÖKLERİ

$z = |z|.(\cos\theta + i.\sin\theta)$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}.\left(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i.\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$$

Örnek: $z = 4.(\cos 40 + i.\sin 40)$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\cos 50 + i\,\sin 50)$

B) $(\cos 100 + i\,\sin 100)$

C) $(\cos 200 + i\,\sin 200)$

D) $2.(\cos 100 + i\,\sin 100)$

E) $2.(\cos 200 + i\,\sin 200)$

Çözüm: $n = 2$ ve $\theta = 40°$ olur.

$$\sqrt{z} = \sqrt{4}.\left(\cos\frac{40 + 2k\pi}{2} + i.\sin\frac{40 + 2k\pi}{2}\right)$$

k nın 0 ve 1 değerleri için karekökleri bulunur.

$k = 0$ için $2.(\cos 20 + i.\sin 20)$

$k = 1$ için $2.(\cos 200 + i\,\sin 200)$

CEVAP: E

Örnek: $z = 8\,(\cos 60 + i.\sin 60)$

karmaşık sayısının küp köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\cos 70 + i.\sin 70)$

B) $(\cos 140 + i.\sin 140)$

C) $2.(\cos 140 + i.\sin 140)$

D) $2.(\cos 200 + i.\sin 200)$

E) $2.(\cos 240 + i.\sin 240)$

Çözüm: $n = 3$ ve $\theta = 60°$ olur.

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{8}.\left(\cos\frac{60 + 2k\pi}{3} + i.\sin\frac{60 + 2k\pi}{3}\right)$$

k nın 0, 1 ve 2 değerleri için küp kökleri bulunur.

$k = 0$ için $2.(\cos 20 + i.\sin 20)$

$k = 1$ için $2.(\cos 140 + i.\sin 140)$

$k = 2$ için $2.(\cos 260 + i.\sin 260)$

CEVAP: C

NOT:

$z = a + bi$ karmaşık sayısının karekökleri;

*) $b < 0$ için

$$w_0 = \left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} - i.\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right)$$

$$w_2 = -\left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} - i.\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right)$$

*) $b > 0$ için

$$w_0 = \left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i.\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right)$$

$$w_1 = -\left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i.\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right)$$

Örnek: $z = 5 - 12i$ **karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2-3i$ B) $2+3i$ C) $3-2i$

D) $3+2i$ E) $-2-3i$

Çözüm: $b = -12 < 0$ ve $a = 5$ olur.

$|z| = \sqrt{5^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144} = 13$ olur.

$$w_0 = \sqrt{\frac{13+5}{2}} - i.\sqrt{\frac{13-5}{2}} = 3 - 2i$$

$$w_1 = -\left(\sqrt{\frac{13+5}{2}} - i.\sqrt{\frac{13-5}{2}}\right) = -3 + 2i$$

CEVAP: C

ORİJİN ETRAFINDA DÖNDÜRME

$Z = r.(\cos\theta + i.\sin\theta)$ karmaşık sayısı orijin etrafında pozitif yönde α kadar döndürülmesiyle

$k = r.(\cos(\alpha + \theta) + i.\sin(\alpha + \theta))$ karmaşık sayısı elde edilir.

$z = r.(\cos\theta + i.\sin\theta)$ karmaşık sayısı orijin etrafında negatif yönde α kadar döndürülmesiyle

$k = r.\,(\cos(\theta - \alpha) + i.\sin(\theta - \alpha))$ karmaşık sayısı elde edilir.

Örnek: $z = 4.(\cos 40 + i.\sin 40)$

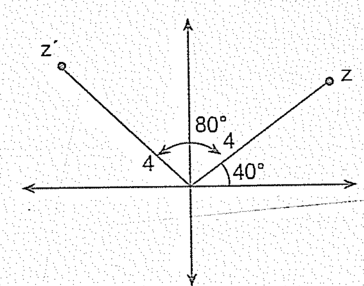
karmaşık sayısı pozitif yönde orijin etrafında 80° döndürülüyor.

Buna göre, elde edilen yeni karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1-i$ B) $1+i$ C) $-2-2\sqrt{3}i$

D) $-2+2\sqrt{3}i$ E) $2-2\sqrt{3}i$

Çözüm:



$z' = 4.\,(\cos(40 + 80) + i.\sin(40 + 80))$

$z' = 4.(\cos 120 + i.\sin 120)$

$z' = 4.\,(-\cos 60 + i.\sin 60)$

$z' = 4.\left(-\frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z' = -2 + 2\sqrt{3}i$

CEVAP: D

Örnek: $z = 6.(\cos 50 + i.\sin 50)$

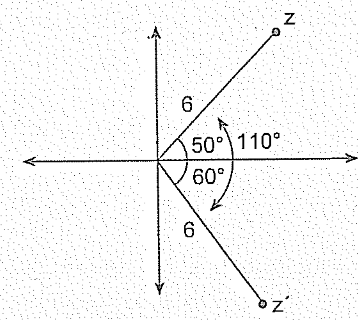
karmaşık sayısı negatif yönde orijin etrafında 110° döndürülüyor.

Buna göre, elde edilen yeni karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\sqrt{3}-3i$ B) $3-3\sqrt{3}i$ C) $-3-3\sqrt{3}i$

D) $3\sqrt{3}+3i$ E) $-3+3\sqrt{3}i$

Çözüm:



$z' = 6.(\cos(50 - 110) + i.\sin(50 - 110))$

$z' = 6.(\cos(-60) + i.\sin(-60))$

$z' = 6.\,(\cos 60 - i.\sin 60)$

$z' = 6.\left(\frac{1}{2} - i.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z' = 3 - 3\sqrt{3}i$

CEVAP: B

BÖLÜM 5
LOGARİTMA

$a \in R^+$ ve $a \neq 1$ olmak üzere

$f : R^+ \to R \Rightarrow f(x) = \log_a x$

$f^{-1} : R \to R^+ \Rightarrow f^{-1}(x) = a^x$

Bayağı Logaritma: Tabanı 10 olan logaritmaya denir.

Doğal Logaritma: Tabanı e = 2,71 … olan logaritmaya denir. ($\ln x = \log_e x$)

Örnek: $f(x) = \log_2(x + 2)$ **fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2^{x-2} B) $2^x - 2$ C) $2^x + 2$
D) 2^{x+2} E) 2^x

Çözüm: $y = \log_2(x + 2) \Rightarrow x = \log_2(y + 2)$
$\Rightarrow 2^x = y + 2$
$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = 2^x - 2$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $f(x) = 3^{x+4}$ **fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\log_3(x + 4)$ B) $\log_3 4x$ C) $\log_3 x - 4$
D) $\log_3(x - 4)$ E) $x.\log_3 4$

Çözüm: $y = 3^{x+4} \Rightarrow x = 3^{y+4}$
$\Rightarrow \log_3 x = y + 4$
$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = \log_3 x - 4$

CEVAP: C

NOT:
$y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$ olur.

Örnek: $x = \log_2 8$ ve $y = \log_3 27$ olduğuna göre, **x + y toplamı kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm: $x = \log_2 8 \Rightarrow 2^x = 8 = 2^3$
$\Rightarrow x = 3$ olur.
$y = \log_3 27 \Rightarrow 3^y = 27 = 3^3$
$\Rightarrow y = 3$ olur.

Bu durumda, x + y = 6 bulunur.

CEVAP: C

LOGARİTMANIN TANIM KÜMESİ

$f(x) = \log_{h(x)} g(x)$ fonksiyonunun tanım kümesi için aşağıdaki koşulların sağlanması gerekir.

) $g(x) > 0$
) $0 < h(x) < 1$ veya $h(x) > 1$

Örnek: $f(x) = \log_2(x - 2) + \log_3(7 - x)$ **fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) [2,7] B) (–∞,7) C) (7, ∞+)
D) (–∞, 2) E) (2, 7)

Çözüm: $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ olur.
$7 - x > 0 \Rightarrow x < 7$ olur.
Bu durumda, 2 < x < 7 bulunur.

CEVAP: E

Örnek: $f(x) = \log_{x-2}(x^2 - 9)$ **fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) [–3, 3] B) (–3, 3) C) (3, ∞+)
D) (2,3) E) (–∞, 3)

Çözüm: $x^2 - 9 > 0$ olmalıdır.
$0 < x - 2 < 1 \Rightarrow 2 < x < 3$ olur.
$x - 2 > 1 \Rightarrow x - 3 > 0$ olur.

		-3		2		3	
$x^2-9 > 0$	+	○	–		–	○	+
$2 < x < 3$				○		○	
$x - 3 > 0$	–		–		–	○	+

$x^2 - 9 > 0$ ile $2 < x < 3$ eşitsizliklerinin kesişimi Ø olur.
$x^2 - 9 > 0$ ile $x - 3 > 0$ eşitsizliklerinin kesişimi $x > 3$ olacağından tanım kümesi (3, ∞ +) aralığı olacaktır.

CEVAP: C

ÖZELLİKLERİ:

1. $\log_a 0 = \begin{cases} -\infty, a > 1 \\ \infty, 0 < a < 1 \end{cases}$
2. $\log_a 1 = 0, a \in R^+ - \{1\}$
3. $\log_a a = 1$
4. $\log_{a^n} b^k = \dfrac{k}{n} \log_a b$
5. $\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y$
6. $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
7. $\log_a b . \log_b a = 1$
8. $\log_a b . \log_a c . \log_c d = \log_a d$
9. $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ (taban değiştirme)
10. $a^{\log_a b} = b$
11. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Örnek: $\log_5 2 = x$ ve $\log_5 3 = y$ olduğuna göre, **$\log_5 60$ ın değeri x ve y türünden nedir?**

A) 4x + y + 1 B) 3x + y + 1 C) 2x + 2y + 1
D) 4x + 2y + 1 E) 2x + y + 1

Çözüm:
$\log_5 60 = \log_5(4.3.5) = \log_5 4 + \log_5 3 + \log_5 5$
$= \log_5 2^2 + y + 1 = 2.\log_5 2 + y + 1$
$= 2x + y + 1$ olur.

CEVAP: E

Örnek: $\log_4 8 + \log_{25} 125 - \log_3 \dfrac{1}{3}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \dfrac{3}{2}.\log_2 2 = \dfrac{3}{2}$

$\log_{25} 125 = \log_{5^2} 5^3 = \dfrac{3}{2}.\log_5 5 = \dfrac{3}{2}$

$\log_3 \dfrac{1}{3} = \log_3 3^{-1} = -\log_3 3 = -1$

Bu durumda, $\dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2} - (-1) = 4$ bulunur.

CEVAP: C

Örnek: $\left(\sqrt[3]{64}\right)^{\log_2 4}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Çözüm: $\left(\sqrt[3]{64}\right)^{\log_2 4} = \left(\sqrt[3]{4^3}\right)^{\log_2 2^2} = 4^{2.\log_2 2} = 4^2 = 16$

CEVAP: D

LOGARİTMALI DENKLEMLER

$\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$ olur.

Örnek: $\log(x + 12) - \log(x - 2) = 1$ **denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {2} B) Ø C) $\left\{\dfrac{32}{9}\right\}$
D) $\left\{2, \dfrac{32}{9}\right\}$ E) R

Çözüm:
$\log(x+12) - \log(x-2) = 1$
$\Rightarrow \log\dfrac{(x+12)}{(x-2)} = \log 10$
$\Rightarrow \dfrac{x+12}{x-2} = 10$
$\Rightarrow x + 12 = 10x - 20$
$\Rightarrow 32 = 9x$
$\Rightarrow \dfrac{32}{9} = x$

Bu durumda, çözüm kümesi $\left\{\dfrac{32}{9}\right\}$ bulunur.

CEVAP: C

Örnek: $\log_{x+1}(3x + 7) = 2$ olduğuna göre, **$\log_x(3x)$ kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $\log_{x+1}(3x + 7) = 2 \Rightarrow 3x + 7 = (x + 1)^2$
$\Rightarrow 3x + 7 = x^2 + 2x + 1$
$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$
$\Rightarrow x = 3$ veya $x = -2$

Taban negatif olamayacağından dolayı $x \neq -2$ olur.
Bu durumda, x = 3 olur.
$\log_x(3x) = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$ bulunur.

CEVAP: B

Örnek: $x^{\log_6 x} = 36x$ **denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?**

A) 1 B) 6 C) 36 D) $\dfrac{1}{6}$ E) $\dfrac{1}{36}$

Çözüm: Eşitliğin her iki tarafını 6 tabanına göre logaritmasını alalım.

$x^{\log_6 x} = 36x \Rightarrow \log_6 x^{\log_6 x} = \log_6(36x)$
$\Rightarrow (\log_6 x)^2 = \log_6 36 + \log_6 x$
$\Rightarrow (\log_6 x)^2 - \log_6 x - \log_6 36 = 0$
$\Rightarrow (\log_6 x)^2 - \log_6 x - 2 = 0$

$\log_6 x = A$ olsun.
$(\log_6 x)^2 - \log_6 x - 2 = 0 \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0$
$\Rightarrow (A - 2)(A + 1) = 0$
$\Rightarrow A = 2$ veya $A = -1$

$\log_6 x = 2 \Rightarrow x = 6^2 = 36$
$\log_6 x = -1 \Rightarrow x = 6^{-1} = \dfrac{1}{6}$

Denklemin kökler çarpımı $36.\dfrac{1}{6} = 6$ olur.

CEVAP: B

ÜSLÜ DENKLEMLER

Örnek: $4^x - 8.2^x - 20 = 0$ **denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\{\log_2 10, \log_2 5\}$ B) $\{\log_2 3\}$ C) $\{\log_2 5\}$
D) $\{\log_2 10\}$ E) $\varnothing$

Çözüm: $2^x = A$ olsun. Bu durumda, $4^x = A^2$ olur.

$4^x - 8.2^x - 20 = 0 \Rightarrow A^2 - 8A - 20 = 0$
$\Rightarrow (A-10)(A+2) = 0$
$\Rightarrow A = 10$ veya $A = -2$

$2^x = 10 \Rightarrow x = \log_2 10$ olur.
$2^x = -2 \Rightarrow \varnothing$

Bu durumda, çözüm kümesi $\{\log_2 10\}$ olur.

CEVAP: D

Örnek: $5^x + 9.5^{-x} = 10$ **denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) R B) $\varnothing$ C) $\{\log_5 9\}$
D) $\{0, \log_5 9\}$ E) $\{0\}$

Çözüm:

$5^x = A$ olsun.

$5^x + 9.5^{-x} = 10 \Rightarrow 5^x + \dfrac{9}{5^x} = 10$
$\Rightarrow A + \dfrac{9}{A} = 10$
$\Rightarrow A^2 - 10A + 9 = 0$
$\Rightarrow (A-1)(A-9) = 0$
$\Rightarrow A = 1$ veya $A = 9$

$5^x = 1 \Rightarrow x = 0$ olur.
$5^x = 9 \Rightarrow x = \log_5 9$ olur.

Çözüm kümesi $\{0, \log_5 9\}$ bulunur.

CEVAP: D

LOGARİTMALI EŞİTSİZLİKLER

$\log_a x > \log_a y \Rightarrow x > y \ (a > 1)$
$\log_a x > \log_a y \Rightarrow x < y \ (0 < a < 1)$

Örnek: $\log_2(x-2) < 3$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(2, \infty+)$ B) $(-\infty, 2)$ C) $(2, 10)$
D) $(10, \infty+)$ E) $(-\infty, 10)$

Çözüm: $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ olur.

$\log_2(x-2) < 3 \Rightarrow \log_2(x-2) < \log_2 8$
$\Rightarrow x - 2 < 8$
$\Rightarrow x < 10$ olur.

Bu durumda, çözüm kümesi $(2, 10)$ aralığı olur.

CEVAP: C

Örnek: $\log_3(x+3) < \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{2}+1, \infty+)$ B) $(-\infty, -\sqrt{2}-2)$ C) $(-1, 1)$
D) $(-\infty, 1)$ E) $(-\infty, -2-\sqrt{2}) \cup (-1, \sqrt{2}-2)$

Çözüm:

$\log_3(x+3) < \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$
$\Rightarrow \log_3(x+3) < \log_{3^{-1}}(x+1)$
$\Rightarrow \log_3(x+3) < \log_3(x+1)^{-1}$
$\Rightarrow x + 3 < \dfrac{1}{x+1}$
$\Rightarrow x + 3 - \dfrac{1}{x+1} < 0$
$\Rightarrow \dfrac{x^2+4x+2}{x+1} < 0$

	$-2-\sqrt{2}$		-1		$\sqrt{2}-2$	
< 0	–	○	+	○	–	○ +

Çözüm kümesi: $(-\infty, -2-\sqrt{2}) \cup (-1, \sqrt{2}-2)$ olur.

CEVAP: E

SIRALAMA

Örnek: $a = \log_5 18$
$b = \log_2 38$
$c = \log_3 11$

olduğuna göre, **aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?**

A) c < b < a B) a < b < c C) a < c < b
D) b < a < c E) b < c < a

Çözüm:

$a = \log_5 18 \Rightarrow \log_5 5 < a < \log_5 25$
$\Rightarrow 1 < a < 2$ olur.
$b = \log_2 38 \Rightarrow \log_2 32 < b < \log_2 64$
$\Rightarrow 5 < b < 6$ olur.
$c = \log_3 11 \Rightarrow \log_3 9 < c < \log_3 27$
$\Rightarrow 2 < c < 3$ olur.

Bu durumda, a < c < b olur.

CEVAP: C

Örnek: $2^x = 47$
$3^y = 15$
$5^z = 130$

olduğuna göre, **aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?**

A) x < y < z B) y < z < x C) y < x < z
D) x < z < y E) z < y < x

Çözüm:

$2^x = 47 \Rightarrow x = \log_2 47$
$\Rightarrow \log_2 32 < x < \log_2 64$
$\Rightarrow 5 < x < 16$ olur.
$3^y = 15 \Rightarrow y = \log_3 15$
$\Rightarrow \log_3 9 < y < \log_3 27$
$\Rightarrow 2 < y < 3$ olur.
$5^z = 130 \Rightarrow z = \log_5 130$
$\Rightarrow \log_5 125 < z < \log_5 625$
$\Rightarrow 3 < z < 4$ olur.

Bu durumda, y < z < x olur.

CEVAP: B

KARAKTERİSTİK - MANTİS - KOLOGARİTMA

Herhangi bir sayının 10 tabanına göre lagoritması ondalıklı bir sayıya eşittir. Bu ondalıklı sayının tam kısmı $k \in Z$, ondalıklı kısmı $0 \le m < 1$ ise

$\log_{10} x = k + p \rightarrow$ mantis
↓
karekteristik

ÖZELLİKLERİ

1. 1 den büyük sayının logaritmasının karakteristiği sayının tam kısmının basamak sayısının 1 eksiği kadardır.
2. Karakteristik negatif ise karakteristiğin üzerine (–) işareti konulur.
3. Mantis logaritma cetvelinden bulunur.
4. x sayısının çarpma işlemine tersinin logaritmasına cologoritma denir.

$\text{co}\log x = \log \dfrac{1}{x} = -\log x$

Örnek: $\log 2 = 0{,}301$ olduğuna göre, **log64 ün değeri kaçtır?**

A) 1,608 B) 1,68 C) 1,706
D) 1,8 E) 1,806

Çözüm: $\log 64 = \log 2^6 = 6.\log 2$
$= 6.(0{,}301) = 1{,}806$

CEVAP: E

Örnek: $\log 3 = 0{,}477$ olduğuna göre, 9^{40} **sayısı kaç basamaklıdır?**

A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

Çözüm: $\log 9^{40} = \log 3^{80} = 80.\log^3$
$= 80.(0{,}477) = 38{,}16$ olur.

Karakteristik 38 olduğuna göre, 9^{40} sayısı 38+1=39 basamaklı olur.

CEVAP: C

Örnek: $\log x = 3{,}678$ olduğuna göre, **cologx kaçtır?**

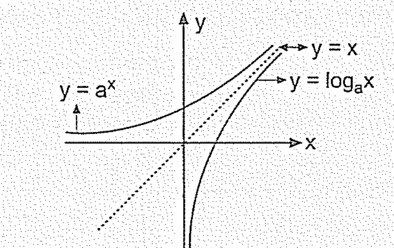
A) $\bar{2},222$ B) $\bar{3},322$ C) $\bar{4},322$
D) $\bar{4},3$ E) $\bar{4},672$

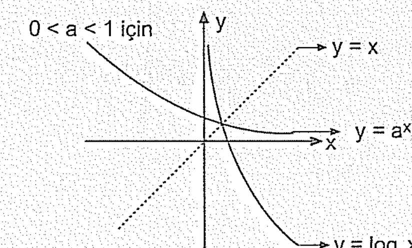
Çözüm: $\text{co}\log x = -\log x = -3{,}678$
$= -3 - 1 + 1 - 0{,}678$
$= -4 + 0{,}322$
$= \bar{4},322$ bulunur.

CEVAP: C

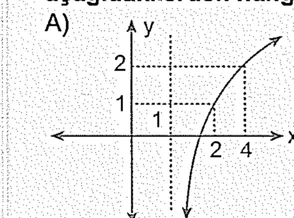
LOGARİTMA FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ:

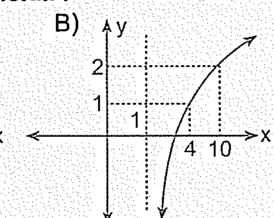
$y = f(x) = a^x$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x) = \log_a x$ fonksiyonudur.

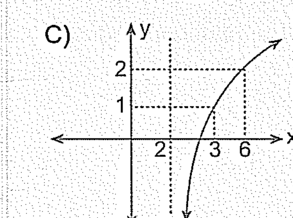


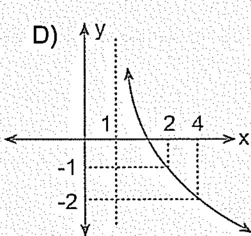


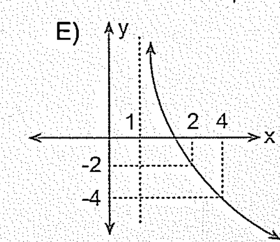
Örnek: $f(x) = \log_3(x-1)$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

A)


B)


C)


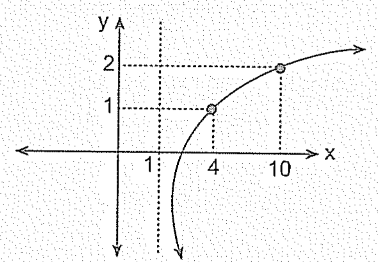
D)


E)


Çözüm: $x-1=0 \Rightarrow x=1$ (düşey asimtot)

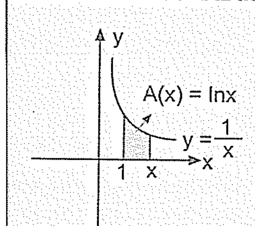
$x=4$ için $f(4)=\log_3 3=1$ olur.

$x=10$ için $f(10)=\log_3 9=2$ olur.



CEVAP: B

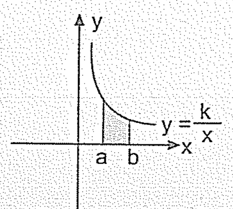
LOGARİTMA YARDIMIYLA ALAN HESAPLANMASI



$0<x<1$ ise $\ln x=-A(x)$

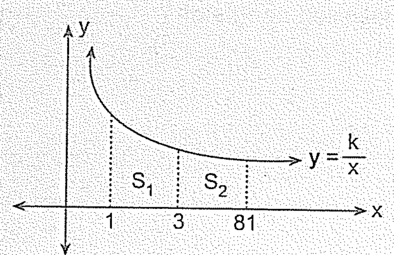
$x=1$ ise $\ln x=0$

$x>1$ ise $\ln x=A(x)$



Taralı alan $=k.\ln\frac{b}{a}$

Örnek:



Şekilde verilenlere göre, $S_1 = 1$ br² olduğuna göre, **S_2 kaç br² dir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

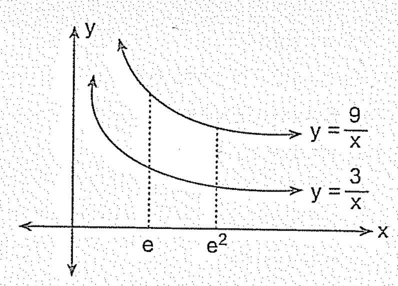
Çözüm:

$S_1=k.\ln 3=1 \Rightarrow k=\frac{1}{\ln 3}$ olur.

$S_2=k.\ln\frac{81}{3}=\frac{1}{\ln 3}.\ln 27=\frac{3.\ln 3}{\ln 3}=3$

CEVAP: B

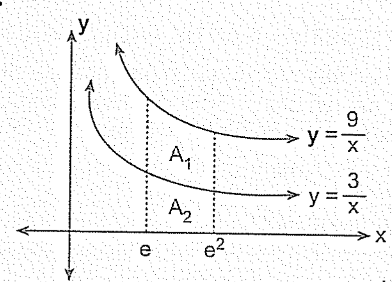
Örnek:



Şekilde verilenlere göre, **taralı bölgenin alanı kaç br² olur?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:



$A_1+A_2=9.\ln\frac{e^2}{e}=9$ br² olur.

$A_2=3.\ln\frac{e^2}{e}=3$ br² olur.

Bu durumda, $A_1=9-3=6$ br² bulunur.

CEVAP: D

BÖLÜM 6
TOPLAM VE ÇARPIM SEMBOLLERİ

TOPLAM SEMBOLÜ (∑)

$b_1, b_2, b_3, \ldots b_n \in R$ ve $n \in N$ olsun.

$b_1+b_2+b_3 \ldots + b_n$ toplamını kısaca $\sum_{p=1}^{n} b_p$ biçiminde gösterebiliriz.

Burada, p ye alt sınır, n ye üst sınır denir. p sayısı 1 den n ye kadar olan tam sayı değerlerini alır.

Örnek: $\sum_{k=1}^{10}(k+1).(k+3)$ ifadesi **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $2.4+3.6+\ldots+11.14$

B) $2.4+3.5+\ldots+11.13$

C) $3.4+4.5+\ldots+11.12$

D) $8+15+\ldots+132$

E) $6+8+\ldots+24$

Çözüm: k ya 1 den başlayıp 10'a kadar değer verirsek;

$\sum_{k=1}^{10}(k+1).(k+3)=2.4+3.5+\ldots+11.13$

CEVAP: B

Toplam Sembolünün Özellikleri:

1. $\sum_{k=1}^{n} p = n.p \quad (p \in R)$

Örnek:

*) $\sum_{k=1}^{5} 6 = 5.6 = 30$

*) $\sum_{n=1}^{7} 7 = 7.7 = 49$

*) $\sum_{p=1}^{4} 10 = 4.10 = 40$

2. $\sum_{k=r}^{n} p = (n-r+1).p \quad (p \in R)$

Örnek:

*) $\sum_{k=3}^{5} 2 = (5-3+1).2 = 6$

*) $\sum_{k=-4}^{6}(6-(-4)+1)3 = 33$

*) $\sum_{p=0}^{7} 1 = (7-0+1).1 = 8$

3. $\sum_{k=1}^{n}(b.a_k) = b.\sum_{k=1}^{n} a_k$

Örnek:

*) $\sum_{k=1}^{5} 3k = 3.\sum_{k=1}^{5} k$

*) $\sum_{p=4}^{8} 5p = 5.\sum_{p=4}^{8} p$

*) $\sum_{n=-4}^{7} 6n = 6.\sum_{n=-4}^{7} n$

4. $1<t<n$ olmak üzere;

$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{t} a_k + \sum_{k=t+1}^{n} a_k$

Örnek:

*) $\sum_{k=1}^{7} a_k = \sum_{k=1}^{5} a_k + \sum_{k=6}^{7} a_k$

*) $\sum_{n=1}^{8}(8n+3) = \sum_{n=1}^{4}(8n+3) + \sum_{n=5}^{8}(8n+3)$

*) $\sum_{m=1}^{10}(7m) = \sum_{m=1}^{9}(7m) + \sum_{m=10}^{10}(7m)$

5. $\sum_{k=1}^{n}(a_k \mp b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \mp \sum_{k=1}^{n} b_k$

Örnek:

*) $\sum_{k=1}^{10}(8k+5) = \sum_{k=1}^{10}(8k) + \sum_{k=1}^{n} 5$

*) $\sum_{m=-1}^{5}(7m-4) = \sum_{m=-1}^{5}(7m) - \sum_{m=-1}^{5} 4$

*) $\sum_{m=1}^{6}(m^2+m) = \sum_{m=1}^{6} m^2 + \sum_{m=1}^{6} m$

6. $\sum_{k=p}^{n} a_k = \sum_{k=p-r}^{n-r} a_{k+r}$

Örnek:

*) $\sum_{k=4}^{8}(3k) = \sum_{k=4-3}^{8-3}[3(k+3)] = \sum_{k=1}^{5}(3k+9)$

*) $\sum_{k=5}^{20}(4k-2) = \sum_{k=5-4}^{20-4}(4(k+4)-2) = \sum_{k=1}^{16}(4k+14)$

*) $\sum_{k=7}^{12}(k^2) = \sum_{k=7-6}^{12-6}(k+6)^2 = \sum_{k=1}^{6}(k^2+12k+36)$

7. $\sum_{k=p}^{n} a_k = \sum_{k=p+r}^{n+r} a_{k-r}$

Örnek:

*) $\sum_{k=-3}^{10}(2k) = \sum_{k=-3+4}^{10+4}(2(k-4)) = \sum_{k=1}^{14}(2k-8)$

*) $\sum_{k=-4}^{6}(k^2) = \sum_{k=-4+5}^{6+5}(k-5)^2 = \sum_{k=1}^{11}(k^2-10k+25)$

*) $\sum_{k=-1}^{4}(2k-1) = \sum_{k=-1+3}^{4+3}(2(k-3)-1) = \sum_{k=2}^{7}(2k-7)$

8. $\sum_{k=1}^{n}\sum_{m=1}^{p} a_{km} = \sum_{m=1}^{p}\sum_{k=1}^{n} a_{km}$

Örnek:

*) $\sum_{n=1}^{4}\sum_{m=1}^{5}(2mn)=\sum_{m=1}^{5}\sum_{n=1}^{4}(2mn)$

*) $\sum_{p=1}^{4}\sum_{n=1}^{7}(p+n)=\sum_{n=1}^{7}\sum_{p=1}^{4}(p+n)$

*) $\sum_{n=1}^{10}\sum_{m=0}^{7}7=\sum_{m=0}^{7}\sum_{n=1}^{10}7$

TOPLAM FORMÜLLERİ

1. $\sum_{k=1}^{n}k=1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$
2. $\sum_{k=1}^{n}2k=2+4+6+\ldots+2n=n(n+1)$
3. $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$
4. $\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
5. $\sum_{k=1}^{n}k^3=1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$
6. $\sum_{k=1}^{n}r^{k-1}=1+r+r^2+r^3+\ldots+r^{n-1}=\frac{1-r^n}{1-r}(r\neq 1)$
7. $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k.(k+1)}=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\ldots+\frac{1}{n.(n+1)}=\frac{n}{n+1}$
8. $\sum_{k=1}^{n}k.k!=(n+1)!-1$
9. $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
10. $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)(k+1)=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

Örnek: $\sum_{k=1}^{6}(k^2-2k+1)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

Çözüm:

$\sum_{k=1}^{6}(k^2-2k+1)=\sum_{k=1}^{6}k^2-2.\sum_{k=1}^{6}k+\sum_{k=1}^{6}1$

$=\frac{6.7.13}{6}-2.\frac{6.7}{2}+6$

$=91-42+6=55$

CEVAP: E

Örnek: $\sum_{k=1}^{3}\sum_{m=1}^{5}(k+m)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 72 B) 74 C) 75 D) 77 E) 78

Çözüm: Önce $\sum_{m=1}^{5}(k+m)$ ifadesinin değerini bulalım.

$\sum_{m=1}^{5}(k+m)=\sum_{m=1}^{5}k+\sum_{m=1}^{5}m=5k+\frac{5.6}{2}$

$=5k+15$ olur.

$\sum_{k=1}^{3}(5k+15)=5.\sum_{k=1}^{3}k+\sum_{k=1}^{3}15=5.\frac{3.4}{2}+3.15$

$=75$

CEVAP: C

Örnek: $\sum_{k=-4}^{8}(3k-8)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –28 B) –26 C) –24 D) –20 E) –16

Çözüm: Önce alt sınırı 1 yapalım.

$\sum_{k=-4}^{8}(3k-8)=\sum_{k=-4+5}^{8+5}(3(k-5)-8)$

$=\sum_{k=1}^{13}(3k-23)$ olur.

$\sum_{k=1}^{13}(3k-23)=3.\sum_{k=1}^{13}k-\sum_{k=1}^{13}23$

$=3.\frac{13.14}{2}-13.23$

$=273-299$

$=-26$

CEVAP: B

ÇARPIM SEMBOLÜ (∏)

$b_1, b_2, b_3 \ldots b_n \in R$ ve $n \in N$ olsun.

$b_1 . b_2 . b_3 \ldots b_n$ çapımını kısaca $\prod_{p=1}^{n}b_p$ biçiminde gösterebiliriz.

Burada, p ye alt sınır, n ye üst sınır denir. p sayısı 1 den n ye kadar olan tam sayı değerlerini alır.

Örnek: $\prod_{p=1}^{15}p$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 15^p B) p^{15} C) 15p D) 15 E) 15!

Çözüm: $\prod_{p=1}^{15}p=1.2.3\ldots15=15!$ olur.

CEVAP: E

ÇARPIM SEMBOLÜNÜN ÖZELLİKLERİ:

1. $\prod_{k=1}^{n}(a_k.b_k)=\prod_{k=1}^{n}a_k.\prod_{k=1}^{n}b_k$

Örnek:

*) $\prod_{k=1}^{n}2k=\prod_{k=1}^{n}2.\prod_{k=1}^{n}k$

*) $\prod_{p=4}^{6}4p=\prod_{p=4}^{6}4.\prod_{p=4}^{6}p$

*) $\prod_{m=1}^{8}m^2=\prod_{m=1}^{8}m.\prod_{m=1}^{8}m$

2. $\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{a_k}{b_k}\right)=\frac{\prod_{k=1}^{n}a_k}{\prod_{k=1}^{n}b_k}$

Örnek:

*) $\prod_{k=1}^{6}\frac{k}{2}=\frac{\prod_{k=1}^{6}k}{\prod_{k=1}^{6}2}$

*) $\prod_{m=1}^{4}\frac{k^2}{m}=\frac{\prod_{m=1}^{4}k^2}{\prod_{m=1}^{4}m}$

*) $\prod_{n=1}^{10}20=\frac{\prod_{n=1}^{10}40}{\prod_{n=1}^{10}2}$

3. $\prod_{k=p}^{n}a_k=\prod_{k=p-r}^{n-r}a_{k+r}$

Örnek:

*) $\prod_{k=4}^{10}(2k)=\prod_{k=4-3}^{10-3}(2(k+3))=\prod_{k=1}^{7}(2k+6)$

*) $\prod_{k=7}^{12}(k^2)=\prod_{k=7-6}^{12-6}(k+6)^2=\prod_{k=1}^{6}(k^2+12k+36)$

*) $\prod_{m=5}^{11}(m-4)=\prod_{m=5-4}^{11-4}(m+4-4)=\prod_{m=1}^{7}m$

4. $\prod_{k=p}^{n}a_k=\prod_{k=p+r}^{n+r}a_{k-r}$

Örnek:

*) $\prod_{p=-2}^{6}(2p)=\prod_{p=-2+3}^{6+3}(2(p-3))=\prod_{p=1}^{9}(2p-6)$

*) $\prod_{p=-4}^{10}(2p-4)=\prod_{p=-4+5}^{10+5}(2(p-5)-4)=\prod_{p=1}^{15}(2p-14)$

*) $\prod_{m=-7}^{10}(p^2)=\prod_{m=-7+6}^{10+6}(p-6)^2=\prod_{m=-1}^{16}(p^2-12p+36)$

5. $\prod_{k=1}^{n}\prod_{m=1}^{p}a_{km}=\prod_{m=1}^{p}\prod_{k=1}^{n}a_{km}$

Örnek:

*) $\prod_{k=1}^{4}\prod_{m=1}^{6}(k+m)=\prod_{m=1}^{6}\prod_{k=1}^{4}(k+m)$

*) $\prod_{n=1}^{7}\prod_{m=0}^{4}(n.m)=\prod_{m=0}^{4}\prod_{n=1}^{7}(n.m)$

*) $\prod_{p=4}^{8}\prod_{n=-2}^{5}(p^2+n^2)=\prod_{n=-2}^{5}\prod_{p=4}^{8}(p^2+n^2)$

6. $\sum_{k=1}^{n}\prod_{t=1}^{m}a_{kt}\neq\prod_{t=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}a_{kt}$

7. $\prod_{k=1}^{n}a=a^n$

Örnek:

*) $\prod_{k=1}^{5}2=2.2.2.2.2=2^5=32$

*) $\prod_{p=1}^{7}k=k.k.k.k.k.k.k=k^7$

*) $\prod_{m=1}^{6}(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)=3^6$

8. $\prod_{k=p}^{n}a=a^{n-p+1}$

Örnek:

*) $\prod_{k=4}^{7}5=5^{7-4+1}=5^4=625$

*) $\prod_{K=-2}^{6}2=2^{6-(-2)+1}=2^9$

*) $\prod_{m=-4}^{10}k=k^{10-(-4)+1}=k^{15}$

9. $\prod_{k=1}^{n}(b.a_k)=b^n.\prod_{k=1}^{n}a_k$

Örnek:

*) $\prod_{k=1}^{4}(2k)=2^4.\prod_{k=1}^{4}k$

*) $\prod_{m=1}^{6}(k.m)=k^6.\prod_{m=1}^{6}m$

*) $\prod_{n=1}^{5}(5n^2)=5^5.\prod_{n=1}^{5}n^2$

10. $\prod_{k=1}^{n}a_k=\prod_{k=1}^{p}a_k.\prod_{k=p+1}^{n}a_k$

Örnek:

*) $\prod_{k=1}^{10}(2k+1)=\prod_{k=1}^{5}(2k+1).\prod_{k=6}^{10}(2k+1)$

*) $\prod_{k=1}^{5}(k^2)=\prod_{k=1}^{3}(k^2).\prod_{k=4}^{5}(k^2)$

*) $\prod_{k=1}^{6}5=\prod_{k=1}^{2}5.\prod_{k=3}^{6}5$

ÇARPIM FORMÜLLERİ

1. $\prod_{k=1}^{n}k=n!$
2. $\prod_{k=a}^{n}k=\frac{n!}{(a-1)!}$
3. $\prod_{k=1}^{n}a^k=a^{1+2+3+...+n}=a^{\frac{n(n+1)}{2}}$
4. $\prod_{k=1}^{n}(a_k)^p=\left[\prod_{k=1}^{n}a_k\right]^p$
5. $\prod_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}=\frac{2}{1}.\frac{3}{2}.\frac{4}{3}...\frac{n+1}{n}=n+1$
6. $\prod_{k=2}^{n}\log_k(k+1)=\log_2(n+1)$
7. $\prod_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$
8. $\prod_{k=1}^{n}\prod_{k=1}^{n}k=(n!)^n$
9. $\prod_{k=m+1}^{n}a_k=\frac{\prod_{k=1}^{n}a_k}{\prod_{k=1}^{m}a_k}\ (1<m<n \text{ ve } a_k\neq0)$

Örnek: $\prod_{k=1}^{4}k.3^k$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 3^{11} B) 2.3^{11} C) 4.3^{11} D) 8.3^{10} E) 3^{13}

Çözüm: $\prod_{k=1}^{4}k3^k=1.3^1.2.3^2.3.3^3.4.3^4$

$=8.3^{10}$ olur.

CEVAP: D

Örnek: $\prod_{k=5}^{12}\left(1+\frac{1}{k}\right)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) $\frac{13}{5}$ C) 3 D) $\frac{17}{5}$ E) 4

Çözüm:

$\prod_{k=5}^{12}\left(1+\frac{1}{k}\right)=\prod_{k=5}^{12}\left(\frac{k+1}{k}\right)=\frac{6}{5}.\frac{7}{6}...\frac{13}{12}$

$=\frac{13}{5}$ bulunur.

CEVAP: B

Örnek: $\prod_{n=1}^{2}\sum_{m=1}^{4}(m+n)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 248 B) 250 C) 252 D) 254 E) 256

Çözüm: Önce $\sum_{m=1}^{4}(m+n)$ ifadesinin değerini bulalım.

$\sum_{m=1}^{4}(m+n)=\sum_{m=1}^{4}m+\sum_{m=1}^{4}n=\frac{4.5}{2}+4n$

$=10+4n$

$\prod_{n=1}^{2}(10+4n)=14.18=252$ bulunur.

CEVAP: C

BÖLÜM 7
DİZİLER

Tanım kümesi pozitif tam sayılar ve görüntü kümesi reel sayılar olan fonksiyonlara denir.

Örnek: $a_n=\begin{cases}2n+1, & n\equiv0\ (\text{mod}\,3)\\ 2, & n\equiv1\ (\text{mod}\,3)\\ 3n, & n\equiv2\ (\text{mod}\,3)\end{cases}$

olmak üzere, $a_7+a_8+a_9$ **toplamı kaçtır?**

A) 41 B) 43 C) 45 D) 47 E) 49

Çözüm: 7 nin 3 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre, $a_7=2$ olur. 8 in 3 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, $a_8=3.8=24$ olur.
9 un 3 ile bölümünden kalan 0 olduğuna göre, $a_9=2.9+1=19$ olur.
Bu durumda, $a_7+a_8+a_9=45$ bulunur.

CEVAP: C

Örnek: $\left(\frac{2n+22}{n+1}\right)$ **dizisinin kaç terimi tam sayıdır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: $\frac{2n+22}{n+1}=2+\frac{20}{n+1}$ olur.

$\frac{20}{n+1}$ i tam sayı yapan n değerlerini bulalım.

$n=1$ için $\frac{20}{1+1}=10$

$n=3$ için $\frac{20}{3+1}=5$

$n=4$ için $\frac{20}{4+1}=4$

$n=9$ için $\frac{20}{9+1}=2$

$n=19$ için $\frac{20}{19+1}=1$

Bu durumda, dizinin 5 terimi tam sayıdır.

CEVAP: C

Örnek: $\left(\frac{n^2+2n-8}{n-5}\right)$ **dizisinin kaç tane terimi negatiftir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

		-4		2		5	
< 0	−	○	+	○	−	○	+

$\frac{n^2+2n-8}{n-5}=\frac{(n-2)(n+4)}{n-5}<0$ olur.

Çözüm kümesine göre n > 0 ve tam sayı olacağından 2 < n < 5 olur.

Bu durumda dizinin 3. ve 4. terimi negatif olur.

CEVAP: B

DİZİLERDE İŞLEMLER

(a_n) ve (b_n) dizileri verilsin.

*) $p\in R$ ise $(p.a_n)=p.(a_n)$

*) $(a_n\mp b_n)=(a_n)\mp(b_n)$

*) $(a_n.b_n)=(a_n).(b_n)$

*) $b_n\neq0$ olmak üzere $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)=\frac{(a_n)}{(b_n)}$

Örnek: $(a_n)=\left(\frac{n-2}{n+1}\right)$ ve $(b_n)=\left(\frac{1}{n+1}\right)$ dizilerine göre, $(3a_n-2b_n)$ **dizisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3n+4}{n+1}$ B) $\frac{3n+8}{n+1}$ C) $\frac{2n+1}{n+1}$ D) $\frac{3n}{n+1}$ E) $\frac{3n-8}{n+1}$

Çözüm: $3.(a_n)=\frac{3n-6}{n+1}$ olur.

$2.(b_n)=\frac{2}{n+1}$ olur.

$3(a_n)-2.(b_n)=\frac{3n-6}{n+1}-\frac{2}{n+1}=\frac{3n-8}{n+1}$

CEVAP: E

DİZİ TÜRLERİ

1. Eşit diziler:

$\forall n\in N^+$ olmak üzere;

$a_n=b_n\Rightarrow(a_n)=(b_n)$ dir.

Örnek: $(a_n)=(n+4)^2$ ve $(b_n)=an^2+bn+c$ dizileri eşit olduğuna göre, **a + b + c toplamı kaçtır?**

A) 17 B) 19 C) 21 D) 23 E) 25

Çözüm: (a_n) ve (b_n) eşit dizi olduklarına göre, $a_1=b_1$ olur.

$a_1=(1+4)^2=25$ olur.

$b_1=a+b+c$ olur.

Bu durumda, $a+b+c=25$ bulunur.

CEVAP: E

2. Sabit dizi:

$\forall n\in N^+$ ve $k\in R$ olmak üzere;

$(a_n)=k$ sabit dizidir.

Sabit dizide $a_{n+1}=a_n$ dir.

Örnek: $(a_n)=\left(\frac{kn^2+p.n+1}{3n^2+4n+2}\right)$ dizisi sabit bir dizi olduğuna göre, **k.p çarpımı kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: (a_n) sabit bir dizi ise aynı dereceli terimlerin katsayıları oranı birbirine eşit olacaktır.

$$\frac{k}{3}=\frac{p}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{k}{3}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow k=\frac{3}{2}\text{ olur.}$$

$$\frac{p}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2p=4\Rightarrow p=2\text{ olur.}$$

Bu durumda, $k.p=\frac{3}{2}.2=3$ bulunur.

CEVAP: B

3. Alt dizi

Bir (a_n) dizisinin terimlerinin sırası bozulmadan bazı terimlerden belli bir kurala göre elde edilen yeni diziye (a_n) dizisinin alt dizisi denir.

Örnek: $(a_n)=\left(\frac{n-1}{n+3}\right)$ **dizisinin (a_{2n+1}) alt dizisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2n}{2n+2}$ B) $\frac{2n}{2n+4}$ C) $\frac{2n+2}{2n+4}$

D) $\frac{n+1}{2n+4}$ E) $\frac{n}{n+1}$

Çözüm: (a_n) dizisinde n yerine 2n + 1 yazalım.

$$(a_{2n+1})=\left(\frac{2n+1-1}{2n+1+3}\right)=\frac{2n}{2n+4}\text{ olur.}$$

CEVAP: B

Artan ve Azalan Diziler:

Her $n\in N^+$ olmak üzere,

- $a_{n+1}-a_n>0\Rightarrow$ Dizi monoton artan
- $a_{n+1}-a_n<0\Rightarrow$ Dizi monoton azalan
- $a_{n+1}-a_n=0\Rightarrow$ Dizi sabit
- $a_{n+1}-a_n\geq 0\Rightarrow$ Dizi azalmayan.
- $a_{n+1}-a_n\leq 0\Rightarrow$ Dizi artmayan

(a_n) pozitif terimli bir dizi ise;

- $\frac{a_{n+1}}{a_n}>1\Rightarrow$ Dizi monoton artan
- $\frac{a_{n+1}}{a_n}<1\Rightarrow$ Dizi monoton azalan
- $\frac{a_{n+1}}{a_n}=1\Rightarrow$ Dizi sabit.

$a, b, c, d\in R$

$(a_n)=\left(\frac{an+b}{cn+d}\right)$ biçimindeki diziler için;

$-\frac{d}{c}>1$ ise dizi monoton değildir.

$-\frac{d}{c}<1$ ise dizi monotondur.

ad − bc > 0 Dizi monoton artan.

ad − bc < 0 Dizi monoton azalan.

ad − bc = 0 dizi sabit.

Örnek: $(a_n)=\left(\frac{n}{n+2}\right)$ **dizisi için aşağıdaki verilenlerden hangisi doğru olur?**

A) Monoton artan
B) Monoton azalan
C) Monoton artmayan
D) Monoton azalmayan
E) Sabit dizi

Çözüm: (a_{n+1}) alt dizisini bulmak için n yerine n + 1 yazalım.

$$(a_{n+1})=\frac{n+1}{n+1+2}=\frac{n+1}{n+3}\text{ bulunur.}$$

$$(a_{n+1})-(a_n)=\frac{n+1}{n+3}-\frac{n}{n+2}$$
$$(n+2)\quad(n+3)$$
$$=\frac{n^2+3n+2-n^2-3n}{(n+3)(n+2)}$$
$$=\frac{2}{(n+3)(n+2)}\text{ olur.}$$

Elde ettiğimiz fark daima pozitif bir sayı olacağından dizi monoton artandır.

CEVAP: A

Örnek: $(a_n)=\left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$ **dizisi için aşağıdaki verilenlerden hangisi doğrudur?**

A) Monoton artan
B) Monoton artmayan
C) Monoton azalan
D) Monoton azalmayan
E) Sabit dizi

Çözüm: a = 2, b = 3, c = 1, d = 1 olur.

$-\frac{d}{c}=-\frac{1}{1}=-1<1$ ise dizi monotondur.

a.d − b.c = 2.1 − 3.1 = −1 < 0 ise dizi monoton azalandır.

CEVAP: C

Örnek: $(a_n)=\left(\frac{a.n+3}{4n+3}\right)$ dizisi monoton artan olduğuna göre, **a aşağıdakilerden hangisi olamaz?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm: $4n+3=0\Rightarrow n=-\frac{3}{4}<1$ ise dizi monotondur.

b = 3, c = 4 ve d = 3 ise

a . d − b.c > 0 ⇒ a.3 − 3.4 > 0

⇒ 3a > 12

⇒ a > 4 olur.

Bu durumda, sayısı 4 olamaz.

CEVAP: A

ARİTMETİK DİZİ

Ardışık her iki terimi arasındaki fark eşit olan dizilere denir.

Dizinin genel terimi (a_n), ortak farkı r ise,

$(a_n)=a_1+(n-1).r$ olur.

ÖZELLİKLERİ:

1. $p<k$ olmak üzere, (a_n) aritmetik dizinin ortak farkı $r=\frac{a_k-a_p}{k-p}$
2. Sonlu bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin toplamı birbirine eşittir.
3. Bir aritmetik dizide, her terim kendisinden eşit uzaklıktaki iki terimin aritmetik ortalamasına eşittir. $a_k=\frac{a_{k-1}+a_{k+1}}{2}(k>1)$
4. İlk n teriminin toplamı S_n ise $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$ olur.

Örnek: $a_4=6$ ve $a_8=18$ olan **aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3n − 3 B) 3n–6 C) 3n + 3
D) 3n + 6 E) 3n + 9

Çözüm: Önce dizinin ortak farkı olan r yi bulalım.

$$r=\frac{a_8-a_4}{8-4}=\frac{18-6}{4}=3\text{ olur.}$$

Şimdi dizinin 1. terimi olan a_1 i bulalım.

$$r=\frac{a_4-a_1}{4-1}\Rightarrow 3=\frac{6-a_1}{3}\Rightarrow a_1=-3\text{ olur.}$$

Dizinin genel terimi $(a_n)=a_1+(n-1)r=-3+(n-1)3$
$=3n-6$

CEVAP: B

Örnek: Genel terimi $(a_n)=(2n+5)$ olan aritmetik dizinin **ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 140 B) 145 C) 155 D) 160 E) 165

Çözüm: Önce dizinin 1. terimi olan a_1 i bulalım.

$a_1=2.1+5=7$ olur.

$$S_n=\frac{n}{2}[a_1+(a_n)]=\frac{n}{2}.[7+2n+5]$$

$$n=10\text{ için }S_{10}=\frac{10}{2}.[7+2.10+5]$$

$$S_{10}=5.32=160\text{ bulunur.}$$

CEVAP: D

Örnek: $3x-1,\ x+3,\ 4x+5$ **terimleri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{5}{7}$

Çözüm: Ardışık terimler arasındaki farklar birbirine eşit olacaktır.

3x − 1 − (x + 3) = x + 3 − (4x + 5)

⇒ 3x − 1 −x − 3 = x + 3 − 4x − 5

⇒ 2x − 4 = −3x − 2

⇒ 5x = 2

⇒ $x=\frac{2}{5}$

CEVAP: D

GEOMETRİK DİZİ

Ardışık her iki terimin arasındaki oran eşit olan dizilere denir.

Dizinin genel terimi (a_n), ortak oranı r ise

$(a_n)=a_1.r^{n-1}$ olur.

ÖZELLİKLERİ:

1. $k<p$ olmak üzere, (a_n) geometrik dizisinin ortak oranı $r=\sqrt[p-k]{\frac{a_p}{a_k}}$ olur.
2. Sonlu bir geometrik dizide, baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımı birbirine eşittir.
3. Geometrik dizide ilk n terim çarpımı $a_1.a_2\ldots a_n=\sqrt{(a_1.a_n)^n}$ olur.
4. Geometrik dizide her terim kendisinden eşit uzaklıkta bulunan iki terimin geometrik ortalamasına eşittir. $(a_k)^2=a_{k-t}.a_{k+t}\ (k>t)$
5. İlk n terim toplamı S_n ise $S_n=a_1.\frac{1-r^n}{1-r}$ olur.

NOT:

1. a, b, c sayıları hem aritmetik hem geometrik dizi olşuturuyorsa;
   a = b = c olur.

2. Sabit diziler, hem aritmetik hem de geometrik dizilerdir.

Örnek: $a_3 = 4$ ve $a_5 = 16$ **olan geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2^n B) 2^{n-1} C) $2^n - 1$
D) 2^{n+1} E) $2^n + 1$

Çözüm: Önce dizinin ortak oranı olan r yi bulalım.

$$r = \sqrt[5-3]{\frac{a_5}{a_3}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{16}{4}} = 2 \text{ bulunur.}$$

Şimdi dizinin 1. terimi olan a_1 i bulalım.

$$r = \sqrt[3-1]{\frac{a_3}{a_1}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{4}{a_1}} \Rightarrow a_1 = 1 \text{ olur.}$$

Dizinin genel terimi $(a_n) = a_1 \cdot r^{n-1} = 1.2^{n-1}$
$= 2^{n-1}$ olur.

CEVAP: B

Örnek: Genel terimi $(a_n) = 3^{n+1}$ olan **geometrik dizinin ilk 4 teriminin toplamı kaçtır?**

A) 80 B) 100 C) 115 D) 360 E) 125

Çözüm: Önce dizinin 1. terimi olan a_1 i bulalım.

$(a_1) = 3^{1+1} = 3^2 = 9$ olur.

Dizinin 2. terimi $a_2 = 3^{2+1} = 3^3 = 27$ olur.

Bu durumda, dizinin ortak oranı

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{27}{9} = 3 \text{ bulunur.}$$

İlk 4 teriminin toplamı S_4 ise

$$S_4 = a_1 \cdot \frac{1-r^4}{1-r} = 9 \cdot \frac{1-3^4}{1-3} = 360 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: D

Örnek: x + 1, 4x − 2, 6x **terimleri bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaç olabilir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: Ardışık terimleri arasındaki oran sabittir.

$$\frac{x+1}{4x-2} = \frac{4x-2}{6x} \Rightarrow 6x.(x+1) = (4x-2)^2$$
$$\Rightarrow 6x^2 + 6x = 16x^2 - 16x + 4$$
$$\Rightarrow 10x^2 - 22x + 4 = 0$$
$$\Rightarrow 5x^2 - 11x + 2 = 0$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{5} \text{ veya } x = 2$$

CEVAP: B

BÖLÜM 8
SERİLER

Seri: $\sum_{k=1}^{n}(a_k)$ toplamına seri denir.

Aritmetik Seri: Bir aritmetik dizinin kısmi toplamlar dizisinin limitine denir. Aritmetik seriler ıraksaktır. (Seri sonucu $\mp\infty$ olur.)

Geometrik Seri: Bir geometrik dizinin kısmi toplamlar dizisinin limitine denir.

$$|r| > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(a_n) = \mp\infty \text{ (ıraksak)}$$

$$|r| < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(a_n) = a_1 \cdot \frac{1}{1-r}$$

Örnek: $\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Çözüm: Verilen ifade geometrik seridir. Serinin ilk terimi $\frac{1}{2}$ ve ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ dir.

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1 \text{ olur.}$$

CEVAP: C

Örnek: $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2^n-1}{6^n}\right)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm: $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2^n-1}{6^n}\right) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{6}\right)^n - \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^n$

$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n$ geometrik serisinin ilk terimi 1 ve ortak çarpanı $\frac{1}{3}$ dir.

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n = 1 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^n$ geometrik serisinin ilk terimi 1 ve ortak çarpanı $\frac{1}{6}$ dır.

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^n = 1 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{6}} = \frac{6}{5} \text{ olur.}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2^n-1}{6^n}\right) = \frac{3}{2} - \frac{6}{5} = \frac{15-12}{10} = \frac{3}{10}$$

CEVAP: B

Örnek: $\prod_{k=1}^{\infty} a^{\left(\frac{1}{2}\right)^k}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) a^{-2} B) a^{-1} C) 1 D) a E) a^2

Çözüm: $\prod_{k=1}^{\infty} a^{\left(\frac{1}{2}\right)^k} = a^{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k}$ olur.

$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k$ serisinin ilk terimi $\frac{1}{2}$ ve ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ dir.

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1 \text{ olur.}$$

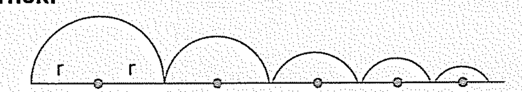
$$a^{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k} = a^1 = a \text{ bulunur.}$$

CEVAP: D

GEOMETRİK SERİ PROBLEMLERİ

Verilen problemin geometrik serisi yazılarak sonuca ulaşılır.

Örnek:



Şekildeki yarım dairelerden herbirinin yarıçapı bir öncekinin $\frac{1}{2}$ si kadardır.

Buna göre, bu yarım dairelerin çevreleri toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi r}{2}$ B) πr C) $2\pi r$ D) $4\pi r$ E) $6\pi r$

Çözüm: En büyük yarım dairenin yarıçapı r olduğuna göre,

$$\text{Çevreleri toplamı} = \frac{2\pi r}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi r}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{2\pi r}{2} + \ldots$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \frac{2\pi r}{2}$$
$$= \frac{2\pi r}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k$$
$$= \pi.r. \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2\pi r \text{ olur.}$$

CEVAP: C

Örnek: $0,\overline{3}$ **sayısının rasyonel sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{12}$

Çözüm: $0,3333\ldots = 0,3+0,03+0,003+\ldots$

$$= \frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{3}{10^3}+\ldots$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} 3.\left(\frac{1}{10}\right)^k = 3.\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{10}\right)^k$$

$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{10}\right)^k$ serisi ilk terimi $\frac{1}{10}$ ve ortak çarpanı $\frac{1}{10}$ dur.

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{10}\right)^k = \frac{1}{10}.\frac{1}{1-\frac{1}{10}} = \frac{1}{10}.\frac{10}{9} = \frac{1}{9}$$

$0,3333\ldots = 3.\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{10}\right)^k = 3.\frac{1}{9} = \frac{1}{3}$ olur.

CEVAP: A

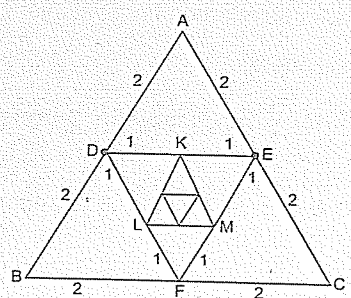
Örnek: Bir kenarı 4 birim olan eşkenar üçgenin orta noktaları birleştirilerek ve bu işlem her elde edilen üçgene uygulanarak, sonsuz sayıda eşkenar üçgen elde ediliyor.

Elde edilen bu üçgenlerin alanları toplamı kaç br² dir?

A) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{49\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{64\sqrt{3}}{3}$

D) $24\sqrt{3}$ E) $36\sqrt{3}$

Çözüm:



Alanlar toplamı $= A(A\overset{\Delta}{B}C) + A(D\overset{\Delta}{E}F) + A(K\overset{\Delta}{L}M) + \ldots$

$$= \frac{4^2.\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}.\frac{4^2.\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{16}.\frac{4^2.\sqrt{3}}{4}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^k.\frac{4^2.\sqrt{3}}{4}$$

$$= 4\sqrt{3}.\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^k$$

$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^k$ serisinin ilk terimi 1 ve ortak çarpanı $\frac{1}{4}$ dür.

$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^k = 1.\frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$ olur.

Alanlar toplamı $= 4\sqrt{3}.\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^k = 4\sqrt{3}.\frac{4}{3}$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ br}^2$$

CEVAP: A

BÖLÜM 9
ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR

1. Polinom Fonksiyonlar:

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ biçimindeki fonksiyonlara denir. Bu fonksiyonların tanım kümesi bütün reel sayılardır.

2. Rasyonel Fonksiyonlar:

$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ biçimindeki fonksiyonlara denir. Bu fonksiyonların tanım kümesi bütün reel sayılardan paydayı sıfır yapan x değerleri atılarak bulunur.

Örnek: $f(x) = \frac{x^2+2x+4}{x^2-4}$ **fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) R - {2} B) Ø C) R

D) [–2,] E) R – {–2, 2}

Çözüm: Paydayı sıfır yapan değeri reel sayılardan çıkarmalıyız.

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ veya $x = -2$ olur.

Fonksiyonun tanım kümesi: R – {–2, 2} olur.

CEVAP: E

Örnek: $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+mx+n}$ fonksiyonunun tanım kümesi R – {–4, 2} kümesi olduğuna göre, **m + n toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –4 C) –6 D) 4 E) 8

Çözüm: Fonksiyonun tanım kümesinde reel sayılardan {–4,2} çıkarıldığına göre, –4 ve 2 paydayı sıfır yapan köklerdir.

$x^2 + mx + n = 0$ denkleminin köklerinden biri –4 diğeri 2 olur.

Kökler toplamı: $-4 + 2 = -m \Rightarrow m = 2$

Kökler çarpımı : $(-4) . 2 = n \Rightarrow n = -8$

Bu durumda, m + n = –6 bulunur.

CEVAP: C

3. Köklü Fonksiyonlar:

$f(x) = \sqrt[2n]{g(x)}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $g(x) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesidir.

$f(x) = \sqrt[2n+1]{g(x)}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi tüm reel sayılardır.

Örnek: $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ **fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (–1,2) B) Ø C) R

D) [–1,2) E) R– (–1,2]

Çözüm: Kökün derecesi çift olduğuna göre, kökün içi sıfırdan büyük veya eşit olmalıdır.

$\frac{x+1}{x-2} \geq 0$ olur.

	-1		2	
≥ 0	+	–		+

En geniş tanım kümesi R – (–1,2] aralığı olur.

CEVAP: E

Örnek: $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{5-x} + \sqrt[3]{x}$ **fonksiyonunun en geniş tanım kümesinde kaç tane tam sayı vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: Fonksiyonda iki tane çift dereceli kök, bir tane tek dereceli kök vardır.

$x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ olur.

$5 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$ olur.

$\sqrt[3]{x}$ ifadesinin tanım kümesi tüm reel sayılardır. Üç durumu kesiştirirsek sonuç olarak tanım kümesi $2 \leq x \leq 5$ olur.

Bu aralıkta, 4 tane tam sayı vardır.

CEVAP: D

4. Tek ve Çift fonksiyon:

f:R → R olsun.

f(–x) = f(x) ise f çift fonksiyondur.

f(–x) = –f(x) ise f tek fonksiyondur.

NOT:

1. Çift fonksiyonlar y eksenine göre simetriktir.
2. Tek fonksiyonlar x eksenine göre simetriktir.

Örnek: $f(x) = (a-1)x^3 + (a+1)x^2 + (b-2)x + b + 3$ fonksiyonu tek bir fonksiyon olduğuna göre, **f(3) kaçtır?**

A) –67 B) –68 C) –69 D) –70 E) –71

Çözüm: Fonksiyon tek olduğuna göre, çift dereceli terimlerin katsayıları sıfır olacaktır.

$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$ olur.

$b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3$ olur.

$f(x) = -2x^3 - 5x$ bulunur.

x = 3 için $f(3) = -2.3^3 - 5.3 = -69$ olur.

CEVAP: C

5. Logaritmalı Fonksiyonlar:

$f(x) = \log_{k(x)}h(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi;

$h(x) > 0$ ve $0 < k(x) < 1$

$k(x) < 1$

koşullarını sağlayan x değerleri olur.

Örnek: $f(x) = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ **fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) R B) Ø C) {–1, 3}

D) R – [–1, 3] E) (–1, 3)

Çözüm: $x^2 - 2x - 3 > 0$ olmalıdır.

		-1		3	
> 0	+	○	–	○	+

Fonksiyonun en geniş tanım kümesi R – [–1,3] aralığı olur.

CEVAP: D

Örnek: $f(x) = \log_{x-2}(x^2 - 9)$ **fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {–3, 2, 3} B) (–2, 2] C) (3, ∞+)

D) Ø E) R – {–3,3}

Çözüm:

$x^2 - 9 > 0$ olmalıdır.

$0 < x - 2 < 1 \Rightarrow 2 < x < 3$ olur.

$x - 2 > 1 \Rightarrow x - 3 > 0$ olur.

		-3		2		3	
$x^2-9>0$	+	○	–		–	○	+
$2<x<3$				○		○	
$x-3>0$	–		–		–	○	+

Bu durumda, fonksiyonun en geniş tanım kümesi (3, ∞+) olur.

CEVAP: C

6. Parçalı Fonksiyon:

Tanım aralığının alt aralıklarında belirli ve farklı kurallara göre, tanımlanmış fonksiyonlara denir.

$$f(x)=\begin{cases} h(x), & x<a \\ g(x), & x\geq a \end{cases}$$

Fonksiyonun uç noktalarına kritik nokta denir. **x** = a noktası kritik bir nokta olur.

Örnek:

$$f(x)=\begin{cases} x+1, & x<1 \\ 2x+3, & 1\leq x\leq 2 \\ 4x+5, & x>2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(0) + f(1) + f(4) toplamı kaçtır?

A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

Çözüm: $0 < 1 \Rightarrow f(x) = x + 1$

$\Rightarrow f(0) = 0 + 1 = 1$ olur.

$1 \leq 1 \leq 2 \Rightarrow f(x) = 2x + 3$

$\Rightarrow f(1) = 2.1 + 3 = 5$ olur.

$4 > 2 \Rightarrow f(x) = 4x + 5$

$\Rightarrow f(4) = 4.4 + 5 = 21$ olur.

Bu durumda, f(0) + f(1) + f(4) = 27 bulunur.

CEVAP: D

Örnek:

$$f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0 \\ 3x+5, & x\geq 0 \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} 4x+1, & x<-1 \\ 5, & -1\leq x\leq 2 \\ 3x+1, & x>2 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, (f + g)(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\begin{cases} 5x+2, & x<0 \\ x+6, & 0<x<2 \\ 6x+2, & x\geq 2 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 5x+2, & x<0 \\ x+6, & 0\leq x\leq 2 \\ 6x+2, & x>2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} 5x+2, & x\leq -1 \\ x+6, & -1<x\leq 0 \\ 3x+10, & 0<x<2 \\ 6x+2, & x>2 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 5x+2, & x<-1 \\ x+6, & -1\leq x<0 \\ 3x+10, & 0\leq x\leq 2 \\ 6x+6, & x>2 \end{cases}$

E) $\begin{cases} 5x+2, & x\leq -1 \\ x+7, & -1<x<0 \\ 3x+10, & 0\leq x\leq 2 \\ 6x+6, & x>2 \end{cases}$

Çözüm:

$$(f+g)(x)=\begin{cases} 4x+1+x+1, & x<-1 \\ 0+5, & x=-1 \\ x+1+5, & -1<x<0 \\ 5+5, & x=0 \\ 3x+5+5, & 0<x<2 \\ 11+5, & x=2 \\ 3x+5+3x+1 & x>2 \end{cases}$$

$$(f+g)(x)=\begin{cases} 5x+2, & x<-1 \\ x+6, & -1\leq x<0 \\ 3x+10, & 0\leq x\leq 2 \\ 6x+6, & x>2 \end{cases}$$

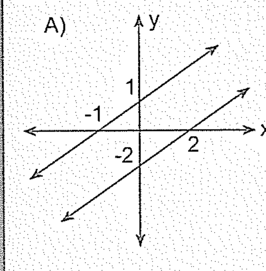
CEVAP: D

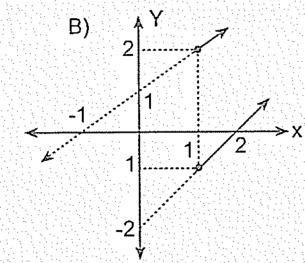
7. Parçalı Fonksiyonun Grafiği:

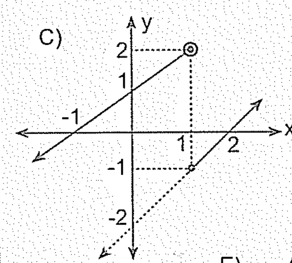
Parçalı fonksiyonun grafiği çizilirken tanım aralığının alt aralıklarındaki denklemlerin grafikleri ayrı ayrı çizilerek grafik oluşturulur.

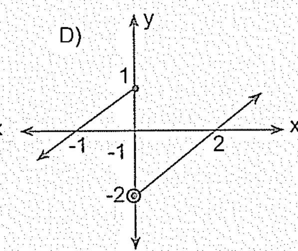
Örnek: $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<1 \\ x-2, & x\geq 1 \end{cases}$

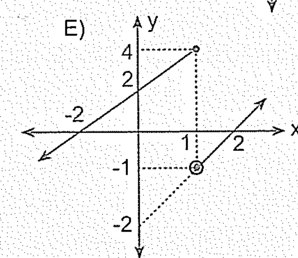
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

A) 

B) 

C) 

D) 

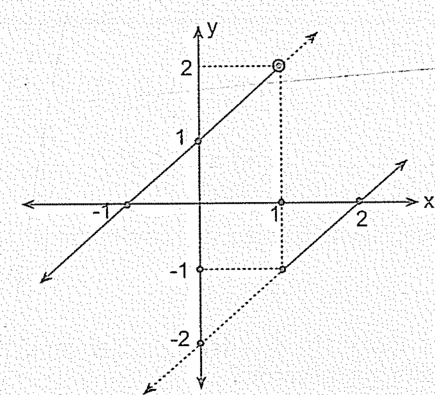
E) 

Çözüm: $y = x + 1$

x	0	–1
y	1	0

$y = x - 2$

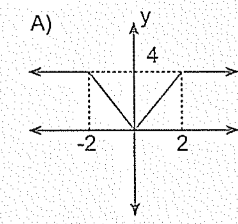
x	0	2
y	–2	0

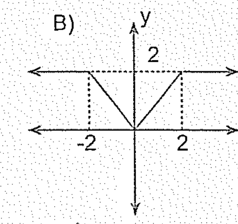


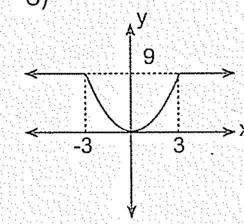
CEVAP: C

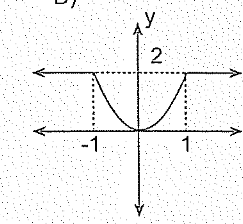
Örnek: $f(x)=\begin{cases} 4, & x<-2 \\ x^2, & -2\leq x\leq 2 \\ 4, & x>2 \end{cases}$

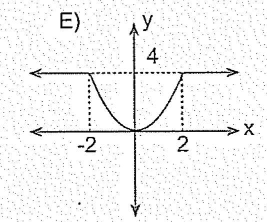
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Çözüm: x< - 2 ve x > 2 durumunda y = 4 doğrusu çizilecektir.

$-2 \leq x \leq 2$ durumunda $y = x^2$ parabolü çizilecektir.

CEVAP: E

8. Mutlak Değer Fonksiyonu:

$$|f(x)|=\begin{cases} -f(x), & f(x)<0 \\ 0, & f(x)=0 \\ f(x), & f(x)>0 \end{cases}$$

Mutlak değerli verilen fonksiyonları parçalı fonksiyon biçiminde yazabiliriz.

Örnek: $f(x) = |x - 2| + |x + 1|$

fonksiyonunun parçalı fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{cases} 2x-1, & x<-1 \\ 6, & -1\leq x\leq 2 \\ 2x-1 & x>2 \end{cases}$ B) $\begin{cases} -2x+1, & x<-1 \\ 3, & -1\leq x\leq 2 \\ 2x-1, & x>2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} -2x+1 & x<2 \\ 2x-1 & x\geq 2 \end{cases}$ D) $\begin{cases} -2x-1, & x<-1 \\ 3, & -1\leq x\leq 2 \\ 2x+1, & x>2 \end{cases}$

E) $\begin{cases} -2x-1, & x<-1 \\ 2x-1, & x\geq -1 \end{cases}$

Çözüm:

	-1		2
$x-2$	$-x+2$	$-x+2$	$x-2$
$x+1$	$-x-1$	$x+1$	$x+1$
	$-2x+1$	3	$2x-1$

$$f(x)=\begin{cases}-2x+1, & x<-1\\ 3, & -1\le x\le 2\\ 2x-1, & x>2\end{cases}$$

CEVAP: B

Örnek: $f(x) = x.|x-1| + 1$ **fonksiyonunun parçalı fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{cases}-x^2, & x\le 1\\ x^2+2, & x>1\end{cases}$ B) $\begin{cases}-x^2+2, & x\le 1\\ x^2, & x>1\end{cases}$

C) $\begin{cases}x^2, & x\le 1\\ x^2+2, & x>1\end{cases}$ D) $\begin{cases}x^2, & x<1\\ x^2+1, & x\ge 1\end{cases}$

E) $\begin{cases}x^2+2, & x<1\\ x^2, & x\ge 1\end{cases}$

ÇÖZÜM:

		1	
$x-1$	$-x+1$		$x-1$
$x.\|x-1\|$	$x.(-x+1)$		$x.(x-1)$
$x.\|x-1\|+1$	$-x^2+2$		x^2

$$(x)=\begin{cases}-x^2+2, & x\le 1\\ x^2, & x>1\end{cases}$$

CEVAP: B

9. Mutlak Değerli Denklemler:

$|A| = a \Rightarrow A = a$ veya $A = -a$

Örnek: $|x-2| = 4$ **denkleminin çözüm kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?**

A) –2 B) 0 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm: $|x-2| = 4$

$x-2=4 \Rightarrow x=6$ $\quad$ $x-2=-4 \Rightarrow x=-2$

Çözüm kümesi {–2,6} olur. Elemanların toplamı 4 olur.

CEVAP: C

Örnek: $||x-1|-2| = 6$ **denkleminin çözüm kümesinde kaç tane eleman vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $||x-1|-2| = 6$

$|x-1|-2=6 \Rightarrow |x-1|=8$ $\quad$ $|x-1|-2=-6 \Rightarrow |x-1|=-4$ $\quad \varnothing$

$x-1=8 \Rightarrow x=9$ $\quad$ $x-1=-8 \Rightarrow x=-7$

Çözüm kümesinde 2 tane eleman vardır.

CEVAP: B

Örnek: $|2x-4| + |3x-6| = 15$ olduğuna göre, **denklemi sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?**

A) –5 B) –1 C) 1 D) 3 E) 5

Çözüm: $|2x-4| + |3x-6| = 15$

$\Rightarrow 2|x-2| + 3.|x-2| = 15$

$\Rightarrow 5.|x-2| = 15$

$\Rightarrow |x-2| = 3$

$|x-2| = 3 \Rightarrow x-2=3$ veya $x-2=-3$

$x=5$ $\quad$ $x=-1$

Çözüm kümesi {–1,5} olup elemanlarının çarpımı –5 bulunur.

CEVAP: A

10. Mutlak Değerli Eşitsizlikler:

$t, k \in R^+$ olmak üzere,

$|f(x)| < k \Rightarrow -k < f(x) < k$

$|f(x)| \le k \Rightarrow -k \le f(x) \le k$

$|f(x)| > k \Rightarrow f(x) > k$ veya $f(x) < -k$

$|f(x)| \ge k \Rightarrow f(x) \ge k$ veya $f(x) \le -k$

$t < |f(x)| < k \Rightarrow t < f(x) < k$

$t < -f(x) < k$

Örnek: $|x-2| \le 7$ **eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?**

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm: $|x-2| \le 7 \Rightarrow -7 \le x-2 \le 7$

$\Rightarrow -5 \le x \le 9$

Koşulu sağlayan 15 tane x tam sayı vardır.

CEVAP: D

Örnek: $|2x-1| > 4$ **eşitsizliğini <u>sağlamayan</u> kaç tane x tam sayısı vardır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: $|2x-1| > 4$

$2x-1>4 \Rightarrow 2x>5 \Rightarrow x>\frac{5}{2}$ $\quad$ $2x-1<-4 \Rightarrow 2x<-3 \Rightarrow x<-\frac{3}{2}$

Koşulu sağlamayan x değerleri $\left[-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right]$ aralığında olur. Bu aralıkta 4 tane tam sayı vardır.

CEVAP: C

Örnek: $7 \le |2x-1| \le 13$ **eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamını bulunuz?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: $7 \le |2x-1| \le 13$

$7 \le 2x-1 \le 13$ $\quad$ $7 \le -2x+1 \le 13$

$8 \le 2x \le 14$ $\quad$ $6 \le -2x \le 12$

$4 \le x \le 7$ $\quad$ $-6 \le x \le -3$

$4 \le x \le 7 \Rightarrow 4+5+6+7 = 22$

$-6 \le x \le -3 \Rightarrow (-6)+(-5)+(-4)+(-3) = -18$

Eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı $22 - 18 = 4$ olur.

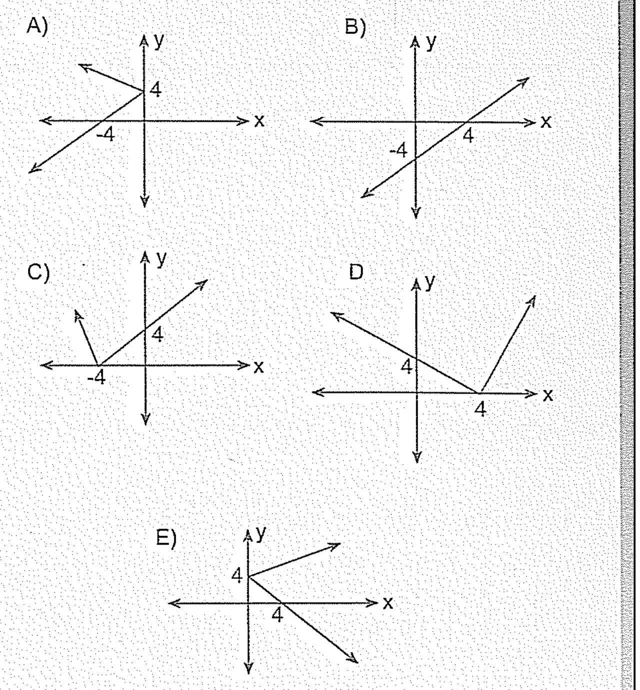
CEVAP: C

11. Mutlak Değer Fonksiyonunun Grafiği

Verilen mutlak değerli fonksiyonun önce parçalı fonksiyonu bulunur. Parçalı fonksiyonun grafiği çizilirken tanım aralığının alt aralıklarındaki denklemlerin grafikleri ayrı ayrı çizilerek grafik oluşturulur.

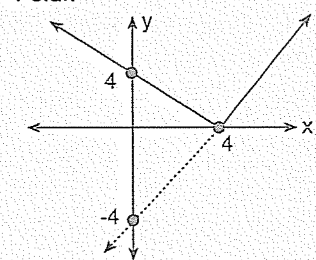
Bir başka yöntem ise fonksiyonun mutlak değer yokmuş gibi düşünülerek grafiği çizilir. Sonra grafiğin x ekseninin altında kalan bölümünün x eksenine göre simetriği alınarak mutlak değer fonksiyonunun grafiği çizilmiş olur.

Örnek: $f(x) = |x-4|$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



Çözüm: Mutlak değer yokmuş gibi düşünelim. Bu durumda, $f(x) = x-4$ olur.

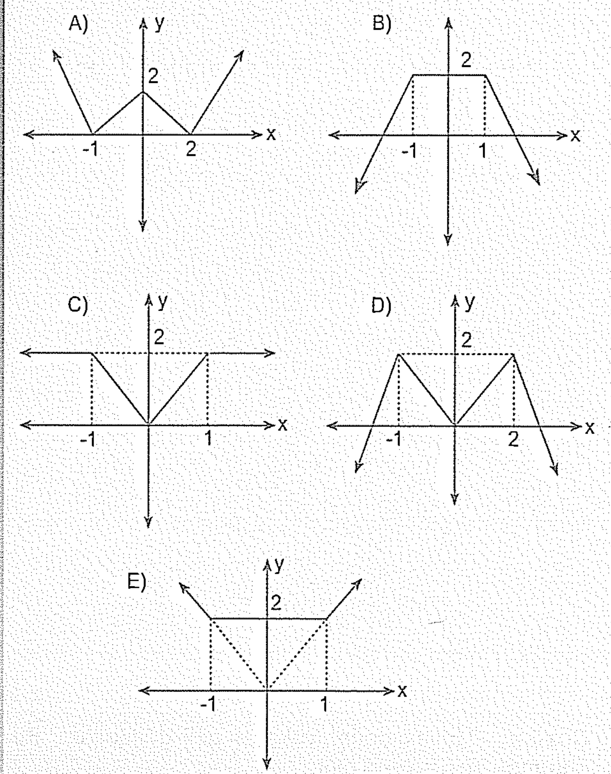
x	0	4
f(x)	–4	0



Fonksiyonun x ekseni altında kalan bölümünün x eksenine göre simetriği alınarak $f(x) = |x-4|$ fonksiyonunun grafiği çizilmiş olur.

CEVAP: D

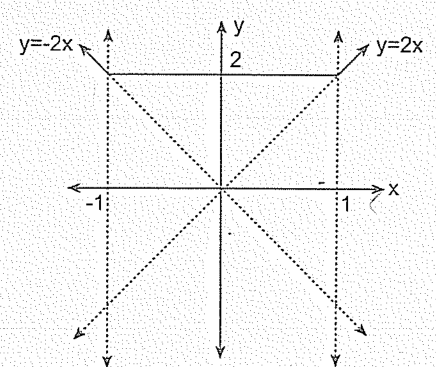
Örnek: $f(x) = |x-1| + |x+1|$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



Çözüm: Önce fonksiyonun parçalı fonksiyonunu bulalım.

	$x<-1$	$-1 \le x \le 1$	$x>1$
$\lvert x-1\rvert$	$-x+1$	$-x+1$	$x-1$
$\lvert x+1\rvert$	$-x-1$	$x+1$	$x+1$
	$-2x$	2	$2x$

$$f(x)=\begin{cases} -2x, & x<-1 \\ 2, & -1\le x\le 1 \\ 2x, & x>1 \end{cases}$$



CEVAP: E

12. Tamdeğer Fonksiyonu:

$a \in R$ olmak üzere, a dan büyük olmayan en büyük tam sayıya a nın tam değeri denir. $[|a|]$ biçiminde gösterilir.

$p \in z$ olmak üzere

$p \le a < p+1 \Leftrightarrow [|a|] = p$ olur.

Örneğin; $[|2|] = 2$

$[|2,5|] = 2$

$[|-2|] = -2$

$[|-2,5|] = -3$

$[|0|] = 0$

$[|0,1|] = 0$

$[|\pi|] = 3$

$[|e|] = 2$

Örnek: $f(x) = [|x+1|] - 2.[|x|]$ fonksiyonu veriliyor. **Buna göre, f(–2,5) kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: $f(-2,5) = 5[|-2,5+1|] - 2.[|-2,5|]$

$f(-2,5) = [|-1,5|] - 2.(-3)$

$f(-2,5) = -2 + 6 = 4$

CEVAP: C

Örnek: $[|2x-1|] = 7$ **denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Ø B) (6,7) C) (4, 5)

D) $\left[4, \frac{9}{2}\right)$ E) $\left[3, \frac{7}{2}\right)$

Çözüm: $[|2x-1|] = 7 \Rightarrow 7 \le 2x-1 < 8$

$\Rightarrow 8 \le 2x < 9$

$\Rightarrow 4 \le x \le \frac{9}{2}$

CEVAP: D

Örnek: $[|x+1|] + [|x+3|] = 6$ **denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (–1, 1) B) [0, 1] C) [1, 2)

D) [2, 3) E) [3, 4)

Çözüm:

$[|x+1|] = [|x|] + 1$ olur.

$[|x+3|] = [|x|] + 3$ olur.

$[|x|] + 1 + [|x|] + 3 = 6 \Rightarrow 2[|x|] + 4 = 6$

$\Rightarrow [|x|] = 1$

$\Rightarrow 1 \le x < 2$ olur.

CEVAP : C

13. Tam Değer Fonksiyonunun Eşitsizlikleri:

k bir tam sayı olmak üzere,

$[|f(x)|] > k \Rightarrow f(x) \ge k+1$

$[|f(x)|] \ge k \Rightarrow f(x) \ge k$

$[|f(x)|] < k \Rightarrow f(x) < k$

$[|f(x)|] \le k \Rightarrow f(x) < k+1$

Örnek: $[|2x+1|] \le 4$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {2} B) (1, ∞+) C) [2, ∞+)

D) (–∞, 2) E) (–∞, 2]

Çözüm: $[|2x+1|] \le 4 \Rightarrow 2x+1 < 4+1$

$\Rightarrow 2x < 4$

$\Rightarrow x < 2$

CEVAP: D

Örnek: $[|4x-7|] > 2$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ B) $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ C) $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right]$

D) $\left(\frac{5}{2}, \infty+\right)$ E) $\left[\frac{5}{2}, \infty+\right)$

Çözüm: $[|4x-7|] > 2 \Rightarrow 4x-7 \ge 2+1$

$\Rightarrow 4x \ge 10$

$\Rightarrow x \ge \frac{5}{2}$

CEVAP: E

14. Tam Değer Fonksiyonun Grafiği

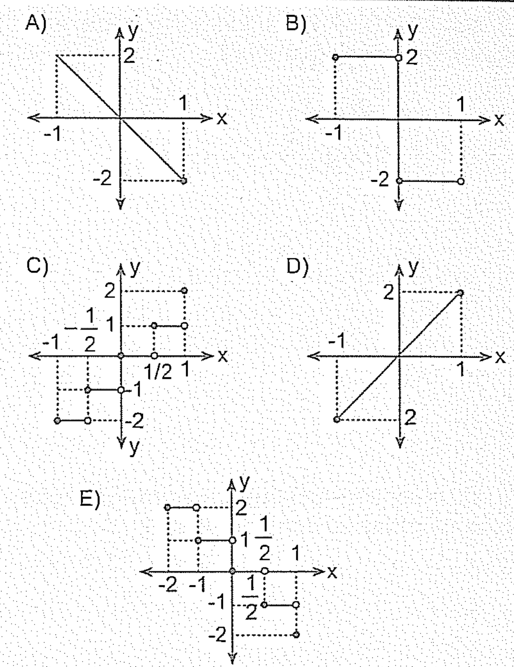
Fonksiyonun önce aralık uzunluğu belirlenir. Aralık uzunluğuna göre, fonksiyonun sıçrama yapan noktaları tespit edilerek grafik çizilir.

$k, p \in R$ olmak üzere,

$f(x) = [|kx+p|]$ fonksiyonunun aralık uzunluğu $\frac{1}{|k|}$ olur.

Örnek: $f: [-1, 1] \to R$ olmak üzere;

$f(x) = [|2x|]$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



Çözüm: Fonksiyonun aralık uzunluğu $\frac{1}{2}$ dir.

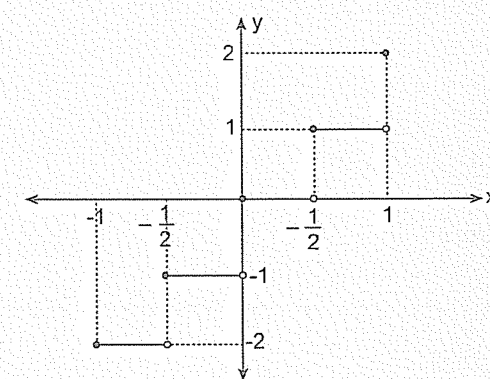
$-1 \le x < -\frac{1}{2} \Rightarrow [|2x|] = -2$

$-\frac{1}{2} \le x < 0 \Rightarrow [|2x|] = -1$

$0 \le x < \frac{1}{2} \Rightarrow [|2x|] = 0$

$\frac{1}{2} \le x < 1 \Rightarrow [|2x|] = 1$

$x = 1 \Rightarrow [|2x|] = 2$



CEVAP: C

15. İşaret Fonksiyonu:

$$sgn(f(x))=\begin{cases} -1, & f(x)<0 \\ 0, & f(x)=0 \\ 1, & f(x)>0 \end{cases}$$

Signum fonksiyonunun üç tane farklı sonucu vardır. Yukarıda signum fonksiyonunun parçalı fonksiyonu gösterilmiştir.

Örnek: $\text{sgn}(4x-10)=1$ olduğuna göre, **x için aşağıdakilerden hangisi doğru olur?**

A) $x>4$ B) $x<\frac{5}{2}$ C) $1<x<2$

D) $x<4$ E) $x>\frac{5}{2}$

Çözüm: $\text{sgn}(4x-10)=1 \Rightarrow 4x-10>0$

$\Rightarrow x>\frac{5}{2}$ olur.

CEVAP: E

Örnek: $f(x)=\text{sgn}(x^2-2x)$ **fonksiyonunun parçalı fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{cases}-1, & 0<x<2\\ 0, & x=0\\ 1, & x>2\end{cases}$

B) $\begin{cases}1, & x<0 \text{ veya } x>2\\ 0, & x=0 \text{ veya } x=2\\ -1, & 0<x<2\end{cases}$

C) $\begin{cases}-1, & x=1\\ 0, & 0<x<2\\ 1, & x=-1\end{cases}$

D) $\begin{cases}-1, & x<0 \text{ veya } x>2\\ 0, & x=0 \text{ veya } x=2\\ 1, & 0<x<2\end{cases}$

E) $\begin{cases}-1, & x\geq 2\\ 0, & x\leq 0\\ 1, & 0<x<2\end{cases}$

Çözüm:

		0		2	
x^2-2x	+	0	–	0	+
$\text{sgn}(x^2-2x)$	1	0	-1	0	1

$f(x)=\begin{cases}1, & x<0 \text{ veya } x>2\\ 0, & x=0 \text{ veya } x=2\\ -1, & 0<x<2\end{cases}$

CEVAP: B

Örnek: $f(x)=\text{sgn}(x+4)-\text{sgn}(x+2)$

fonksiyon veriliyor. **Buna göre, (fof)(3) kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: Önce f(3)'ü bulalım.

$f(3)=\text{sgn}(3+4)-\text{sgn}(3+2)$

$f(3)=1-1=0$

$(fof)(3)=f(f(3))=f(0)$ olur.

$f(0)=\text{sgn}(0+4)-\text{sgn}(0+2)$

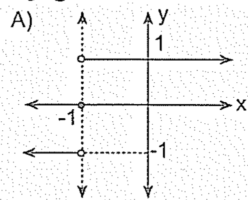
$f(0)=1-1=0$ olur.

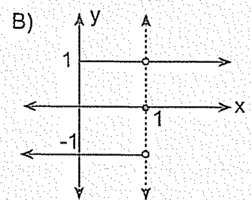
CEVAP: C

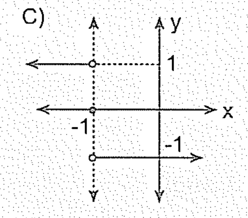
16. İşaret Fonksiyonunun Grafiği:

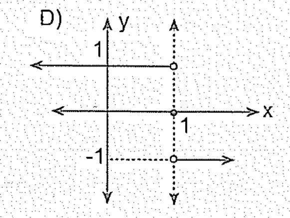
Önce fonksiyonun parçalı fonksiyonu bulunur. Parçalı fonksiyonun grafiği çizilirken tanım aralığının alt aralıklarındaki denklemlerin grafikleri ayrı ayrı çizilerek grafik oluşturulur.

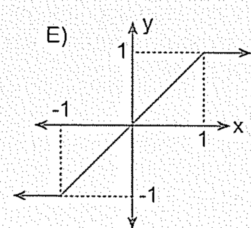
Örnek: $f(x)=\text{sgn}(x+1)$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

A)


B)


C)


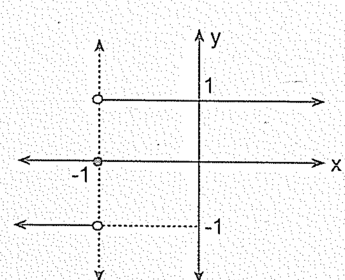
D)


E)


Çözüm: Önce fonksiyonun parçalı fonksiyonunu bulalım.

		-1	
sgn(x+1)	–1	0	+1

$f(x)=\begin{cases}-1, & x<-1\\ 0, & x=-1\\ 1, & x>-1\end{cases}$



CEVAP: A

FONKSİYONLARDA ÖTELEME

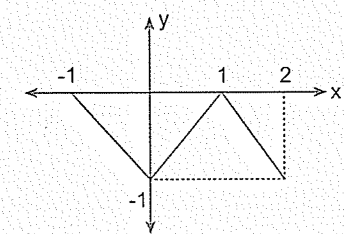
y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- y = –f(x) in grafiği f(x) in x eksenine göre simetriğidir.
- y = f(–x) in grafiği f(x) in y eksenine göre simetriğidir.

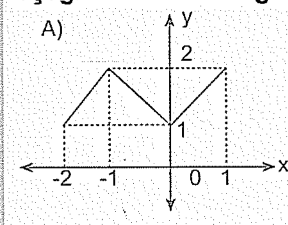
k > 0 olmak üzere;

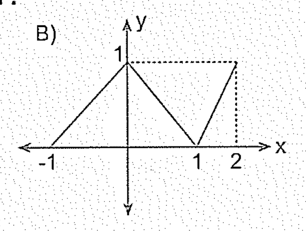
- y = f(x – k) in grafiği f(x) in x ekseni yönünde k birim sağa ötelenmesidir.
- y = f(x + k) in grafiği f(x) in x ekseni yönünde k birim sola ötelenmesidir.
- y = f(x) + k nin grafiği f(x) in y ekseni yönünde k birim yukarı ötelenmesidir.
- y = f(x) – k nın grafiği f(x) in y ekseni yönünde k birim aşağı ötelenmesidir.

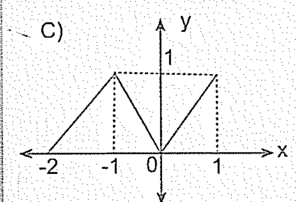
Örnek:

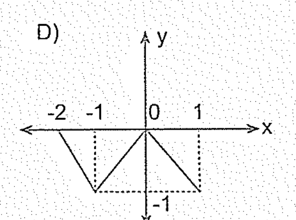


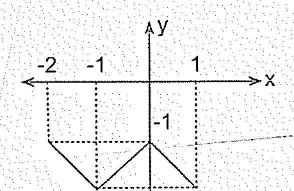
Yukarıdaki grafikte f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **Buna göre, y = f(x + 1) –1 fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

A)


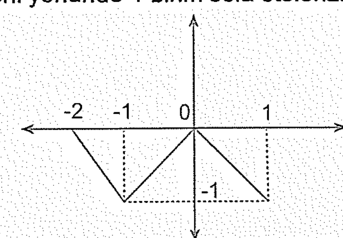
B)


C)


D)


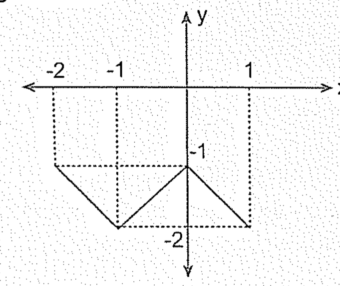
E)


Çözüm: Önce f(x+1) in grafiğini çizelim. Verilen grafiği x ekseni yönünde 1 birim sola öteleriz.



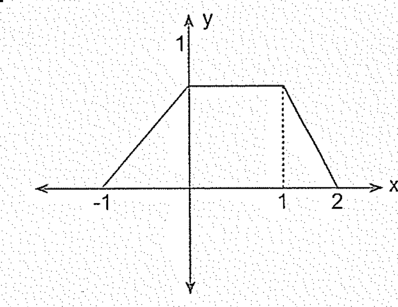
Şimdi f(x + 1)–1 in grafiğini çizelim.

Bulduğumuz f(x + 1) in grafiğini y ekseni yönünde 1 birim aşağı öteleriz.

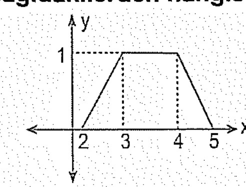


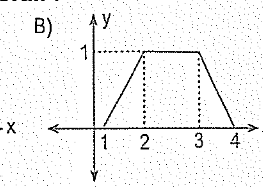
CEVAP: E

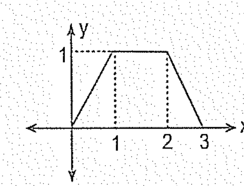
Örnek:

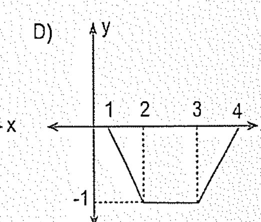


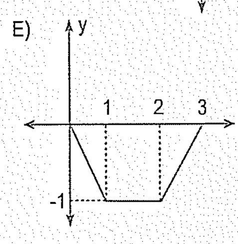
Yukarıdaki grafikte f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **Buna göre, y = –f(x – 2) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

A)


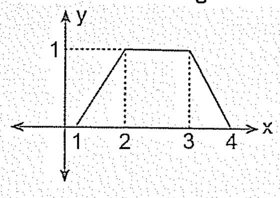
B)


C)


D)


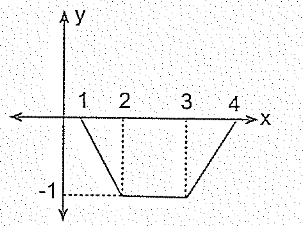
E)


Çözüm: Önce f(x–2) in grafiğini çizelim. Verilen grafiği x ekseni yönünde 2 birim sağa öteleriz.



Şimdi –f(x – 2) nin grafiğini çizelim.

Bulunduğumuz –f(x – 2) nin grafiğinin x eksenine göre simetriğini alırız.



CEVAP: D

BÖLÜM 10
LİMİT VE SÜREKLİLİK

LİMİT

$k \in R$ ve $\varepsilon > 0$ olmak üzere;

$|x - k| < \varepsilon$ ve $\varepsilon \to 0$ ise $\lim x = k$ olur.

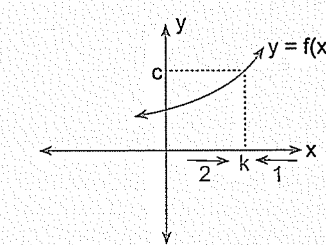
Sağdan Limit: x değişkeni k ya,k dan büyük değerler alarak yaklaşırsa sağdan yaklaşma gerçekleşir.

Soldan Limit: x değişkeni k ya, k dan küçük değerler alarak yaklaşırsa soldan yaklaşma gerçekleşir.

FONKSİYONDA LİMİT

y = f(x) fonksiyonu verilsin. f(x) fonksiyonunun x = k apsisli noktasındaki limiti c ise;

$\lim\limits_{x\to k} f(x) = c$ olur.



k ya 1 nolu ok yönünde k dan büyük değerler alarak yaklaşılırsa;

$\lim\limits_{x\to k^+} f(x) = c$ olur.

k ya 2 nolu ok yönünde k dan küçük değerler alarak yaklaşılırsa;

$\lim\limits_{x\to k^-} f(x) = c$ olur.

Sağdan limit: $\lim\limits_{x\to k^+} f(x) = c$

Soldan limit: $\lim\limits_{x\to k^-} f(x) = c$

NOT:

*) Bir fonksiyonun x = k apsisli noktasındaki sağdan limiti soldan limitine eşit oluyorsa o noktada limit vardır.

$\lim\limits_{x\to k} f(x) = \lim\limits_{x\to k^+} f(x) = \lim\limits_{x\to k^-} f(x)$ olur.

*) Bir fonksiyonun x = k apsisli noktasındaki sağdan limiti soldan limitine eşit olmuyorsa o noktada limit yoktur.

$\lim\limits_{x\to k} f(x) \neq \lim\limits_{x\to k^+} f(x) \neq \lim\limits_{x\to k^-} f(x)$ olur.

Örnek: $f(x) = \begin{cases} x+1, & x<1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ **kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (2x) = 2$ olur.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} (x+1) = 2$ olur.

Bu durumda, sağdan limiti soldan limitine eşit olduğundan $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $f(x) = \begin{cases} 2x+5, & x<0 \\ 4x+7, & x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ **kaçtır?**

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) Yoktur

Çözüm:

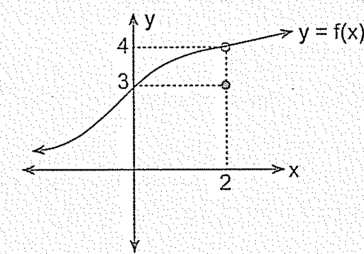
$\lim\limits_{x\to 0^+} = \lim\limits_{x\to 0^+} (4x+7) = 7$ olur.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} (2x+5) = 5$ olur.

Bu durumda, $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ olduğundan limit yoktur.

CEVAP: E

Örnek:

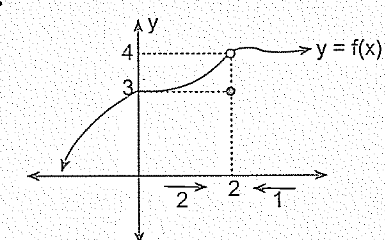


Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ **kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:



1 nolu ok yönünde 2 ye yaklaşılırsa;

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 4$ olur.

2 nolu ok yönünde 2 ye yaklaşılırsa;

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 4$ bulunur.

Bu durumda, $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$ bulunur.

CEVAP: C

LİMİT TEOREMLERİ

$\lim_{x\to k} f(x)=a$ ve $\lim_{x\to k} g(x)=b$ olsun.

*) $\lim_{x\to k}(f(x)\mp g(x))=\lim_{x\to k} f(x)\mp \lim_{x\to k} g(x)=a\mp b$

*) $\lim_{x\to k} f(x).g(x)=\lim_{x\to k} f(x).\lim_{x\to k} g(x)=a.b$

*) $p\in R$ olmak üzere;

$\lim_{x\to k}(p.f(x))=p.\lim_{x\to k} f(x)=p.a$

*) $g(x)\neq 0$ olmak üzere;

$\lim_{x\to k}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim_{x\to k} f(x)}{\lim_{x\to k} g(x)}=\frac{a}{b}$

*) $p\in N^+$ olmak üzere

$\lim_{x\to k} f((x))^k=\left(\lim_{x\to k} f(x)\right)^k=a^k$

*) $\lim_{x\to k} |f(x)|=\left|\lim_{x\to k} f(x)\right|=|a|$

*) c tek ise

$\lim_{x\to k} \sqrt[c]{f(x)}=\sqrt[c]{\lim_{x\to k} f(x)}=\sqrt[c]{a}$

c çift ve $f(x)\geq 0$ ise

$\lim_{x\to k} \sqrt[c]{f(x)}=\sqrt[c]{\lim_{x\to k} f(x)}=\sqrt[c]{a}$

Örnek: $\lim_{x\to 2}(2x^2+4x)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Çözüm: $\lim_{x\to 2}(2x^2+4x)=2.\lim_{x\to 2} x^2+4.\lim_{x\to 2} x$

$=2.4+4.2=16$

CEVAP: D

Örnek: $\lim_{x\to 1}[(2x+1)^3.(2x-1)^2]$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 27

Çözüm:

$\lim_{x\to 1}[(2x+1)^3.(2x-1)^2]=\lim_{x\to 1}(2x+1)^3.\lim_{x\to 1}(2x-1)^2$

$=3^3 . 1^2=27$

CEVAP: E

Örnek: $\lim_{x\to 4}\sqrt[3]{12-x}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$\lim_{x\to 4}\sqrt[3]{12-x}=\sqrt[3]{\lim_{x\to 4}(12-x)}=\sqrt[3]{8}=2$

CEVAP: B

$\frac{1}{x}$ Fonksiyonunun Limiti

$y=\frac{1}{x}$ fonksiyonunun 0^+ ve 0^- limit değerleri;

$\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=+\infty$ olur.

$\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}=-\infty$ olur.

$y=\frac{1}{x}$ fonksiyonunun ∞^+ ve ∞^- limit değerleri;

$\lim_{x\to \infty^+}\frac{1}{x}=0$ olur.

$\lim_{x\to \infty^-}\frac{1}{x}=0$ olur.

a^x Fonksiyonunun Limiti

$a\neq 1$ olmak üzere;

$y=a^x$ fonksiyonunu verilsin.

$0<a<1 \Rightarrow \lim_{x\to \infty^+} a^x=0$

$\Rightarrow \lim_{x\to \infty^-} a^x=+\infty$

$a>1 \Rightarrow \lim_{x\to \infty^+} a^x=+\infty$

$\Rightarrow \lim_{x\to \infty^-} a^x=0$

Örnek: $\lim_{x\to \infty^+}\left(2^{-x}+\frac{1}{x}\right)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $+\infty$ B) $-\infty$ C) -1 D) 1 E) 0

Çözüm: $\lim_{x\to \infty^+}\left(2^{-x}+\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to \infty^+} 2^{x}+\lim_{x\to \infty^+}\frac{1}{x}$

$=\lim_{x\to \infty^+}\frac{1}{2^x}+0$

$=0+0=0$

CEVAP: E

Örnek: $\lim_{x\to -\infty}\left(7^x+\frac{2}{x}\right)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

Çözüm: $\lim_{x\to -\infty}\left(7^x+\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to -\infty} 7^x+\lim_{x\to -\infty}\frac{2}{x}$

$=0+0=0$

CEVAP: C

BELİRLİ HALLER		BELİRSİZ HALLER	
*) $\frac{\text{sayı}}{0}=\infty$	*) $\frac{\text{sayı}}{\infty}=0$	*) $\frac{0}{0}$	*) $\frac{\infty}{\infty}$
*) $\frac{0}{\text{sayı}}=0$	*) $\frac{\infty}{\text{sayı}}=\infty$	*) 1°	*) 0°
*) $\infty+\infty=\infty$	*) $\infty.\infty=\infty$	*) ∞°	*) $0.\infty$
*) $\lvert r\rvert<1\Rightarrow r^{\infty}\to 0$ $\lvert r\rvert>1\Rightarrow r^{\infty}\to \infty$		*) $\infty-\infty$	

BELİRSİZ HALLER

1. $\frac{0}{0}$ Belirsizliği:

$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{0}{0}$ ise, f ve g fonksiyonları çarpanlarına ayrılarak belirsizlik ortadan kaldırılır. Ayrıca, L'Hospital kuralı ile pay ve paydadaki fonksiyonların türevleri alınarak belirsizlik yok olana kadar bu kural uygulanır.

Örnek: $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Çözüm: x yerine 2 yazılırsa $\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğu görülür.

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=4$

CEVAP: D

Örnek: $\lim_{x\to 0}\frac{x^2+x}{x^2}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) ∞ B) 1 C) 0 D) Yoktur E) -1

Çözüm: x yerine 0 yazılırsa $\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğu görülür.

$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{x(x+1)}{x.x}=\lim_{x\to 0}\frac{x+1}{x}=\frac{1}{0}=\infty$

CEVAP: A

2. $\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği:

$\lim_{x\to \infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\infty}{\infty}$ ise,

*) der(f(x)) > der (g(x)) ise limit değeri $\mp\infty$

*) der (f(x)) = der(g(x)) ise limit değeri fonksiyonların başkatsayıları oranı

*) der (f(x)) < der (g(x)) ise limit değeri 0 olur.

NOT:

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliğinde L´Hospital kuralı uygulanarak ifadenin limiti bulunur.

Örnek: $\lim_{x\to \infty}\frac{x^2+2x+4}{x^2+4x+5}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) 2

Çözüm: x yerine ∞ yazılırsa $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğu görülür.

Payın derece 2, paydanın derecesi 2 olduğuna göre, limit değeri en büyük dereceli terimlerin katsayıları oranı olacaktır.

$\lim_{x\to \infty}\frac{x^2+2x+4}{x^2+4x+5}=\frac{1}{1}=1$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $\lim_{x\to \infty}\frac{x^3+2x+6}{x^2-x+1}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $+\infty$ B) 1 C) -2 D) 6 E) 3

Çözüm: x yerine ∞ yazılırsa $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği olduğu görülür.

Payın derecesi 3, paydanın derecesi 2 olduğuna göre, limit değeri $+\infty$ olacaktır.

$\lim_{x\to \infty}\frac{x^3+2x+6}{x^2-x+1}=+\infty$

CEVAP: A

3. $\infty-\infty$ veya $0.\infty$ belirsizliği:

Bu tür belirsizlikler $\frac{\infty}{\infty}$ veya $\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüştürülür.

$\lim_{x\to \infty}\sqrt{ax^2+bx+c}=\lim_{x\to \infty}\sqrt{a}.\left|x+\frac{b}{2a}\right|$

Örnek: $\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+4}-x\right)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

Çözüm: x yerine $+\infty$ yazılırza $\infty-\infty$ belirsizliği görülür.

$\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+4}-x\right)$

$\Rightarrow \lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{1}.\left|x+\frac{2}{2}\right|-x\right)$

$\Rightarrow \lim_{x\to +\infty}(x+1-x)$

$\Rightarrow \lim_{x\to +\infty} 1$

$\Rightarrow 1$

CEVAP: D

Örnek: $\lim_{x\to 3}\left(\frac{1}{x-3}-\frac{6}{x^2-9}\right)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

Çözüm: x yerine 3 yazılırsa $\infty - \infty$ belirsizliği görülür. $\infty - \infty$ belirsizliğini $\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüştürmek için payda eşitleyelim.

$$\lim_{x\to3}\left(\frac{1}{x-3}-\frac{6}{x^2-9}\right)=\lim_{x\to3}\left(\frac{x+3-6}{(x-3)(x+3)}\right)$$
$$=\lim_{x\to3}\left(\frac{x-3}{(x-3)(x+3)}\right)$$
$$=\lim_{x\to3}\left(\frac{1}{x+3}\right)=\frac{1}{6}$$

CEVAP: E

4. 0°, 1°, ∞° belirsizlikleri:

* $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{P}{x}\right)^x=e^P$

* $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{bx+c}\right)^{dx+e}=e^{\frac{a.d}{b}}$

Örnek: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{2x+3}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^2

Çözüm: x yerine ∞ yazılırsa 1^∞ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{2x+3}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-1}{x+2}\right)^{2x+3}$$
$$=e^{\frac{-2}{1}}=e^{-2} \text{ olur.}$$

CEVAP: A

Örnek: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2}{x^2}\right)^x$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) e E) e^2 C) 1 D) –1 E) ∞

Çözüm: x yerine ∞ yazılırsa 1^∞ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2}{x^2}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2}\right)^x$$
$$=e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{x^2}\cdot x\right)}$$
$$=e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{x}\right)}$$
$$=e^0=1 \text{ olur.}$$

CEVAP: C

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN LİMİTİ

1. $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{\sin x}=1$
2. $\lim_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{\tan x}=1$
3. $\lim_{x\to0}\frac{\sin(mx)}{nx}=\frac{m}{n}$
4. $\lim_{x\to0}\frac{\sin(mx)}{\sin(nx)}=\frac{m}{n}$
5. $\lim_{x\to0}\frac{\tan(mx)}{nx}=\frac{m}{n}$
6. $\lim_{x\to0}\frac{\sin(mx)}{\tan(nx)}=\frac{m}{n}$

Örnek: $\lim_{x\to0}\frac{\sin^2 x}{x^2}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm: x yerine 0 yazılırsa $\frac{0}{0}$ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin^2 x}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}.\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}$$
$$=1.1=1 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: C

Örnek: $\lim_{x\to1}\frac{\sin(x^2-1)}{x^4-1}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

ÇÖZÜM: x yerine 1 yazılırsa $\frac{0}{0}$ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x\to1}\frac{\sin(x^2-1)}{x^4-1}=\lim_{x\to1}\frac{\sin(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}$$
$$=\lim_{x\to1}\frac{\sin(x^2-1)}{x^2-1}.\lim_{x\to1}\frac{1}{x^2+1}$$
$$=1.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

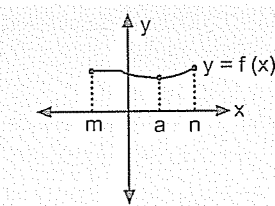
CEVAP: A

SÜREKLİLİK

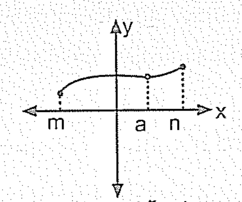
Bir f(x) fonksiyonunu x = a noktasında

$$\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)$$

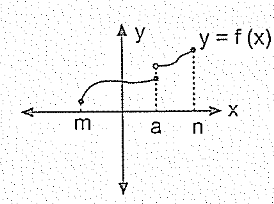
koşulunu sağlıyorsa, x = a noktasında süreklidir.



[m, n] aralığında x = a noktasında süreklidir.



[m, n] aralığında x = a noktasında sürekli değildir.



[m, n] aralığında x = a noktasında sürekli değildir.

Örnek: $f(x)=\begin{cases}x^2+ax, & x\ge1\\ x^2+1, & x=1\\ bx-1, & x<1\end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonu x = 1 noktasında sürekli olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$\lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{x\to1^+}(x^2+ax)=1+a$ olur.

$\lim_{x\to1^-}f(x)=\lim_{x\to1^-}(bx-1)=b-1$ olur.

f(1) = 1² + 1 = 2 olur.

x = 1 de sürekli olduğundan

$f(1)=\lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{x\to1^-}f(x)$ olur.

a + 1 = 2 = b – 1 ⇒ a = 1 ve b = 3 olur.

Bu durumda, a + b = 4 bulunur.

CEVAP: D

Örnek: $f(x)=\begin{cases}\frac{x+1}{x^2-1}, & x<0\\ x+2, & 0\le x<2\\ \frac{x+4}{x^2-9} & x\ge2\end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, fonksiyon kaç tane noktada süreksizdir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $\frac{x+1}{x^2-1}$ ifadesinin paydasını sıfır yapan x değerleri 1 ve –1 dir. –1, sıfırdan küçük olduğundan bu noktada fonksiyon süreksizdir.

$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^-}\frac{x+1}{x^2-1}=-1$ olur.

$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}(x+2)=2$

$\lim_{x\to0^-}f(x)\ne\lim_{x\to0^+}f(x)$ olduğundan fonksiyon 0 noktasında süreksiz olur.

$\frac{x+4}{x^2-9}$ ifadesinin paydasını sıfır yapan x değerleri 3 ve –3 tür. 3, 2 den büyük olduğundan bu noktada fonksiyon süreksizdir.

$\lim_{x\to2^-}f(x)=\lim_{x\to2^-}(x+2)=4$ olur.

$\lim_{x\to2^+}f(x)=\lim_{x\to2^+}\frac{x+4}{x^2-9}=-\frac{6}{5}$ olur.

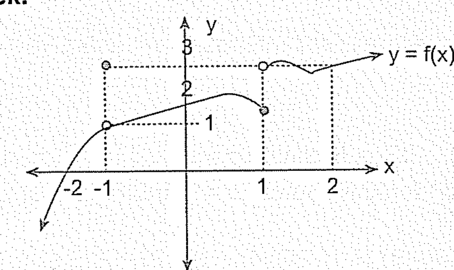
$\lim_{x\to2^+}f(x)\ne\lim_{x\to2^-}f(x)$

olduğundan fonksiyon 2 noktasında süreksiz olur.

Bu durumda, fonksiyon, {–1, 0, 2, 3} noktalarında süreksizdir.

CEVAP: D

Örnek:



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, fonksiyon –2, –1, 0, 1, 2 noktalarının kaçında süreklidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: Grafiklerde süreklilik araştırılırken; o noktadan geçerken grafik üzerinde elimizi kaldırmadan geçiyorsak fonksiyon sürekli, aksi halde süreksiz olur.

–2 noktasından geçerken elimizi kaldırmadan geçtiğimiz için fonksiyon süreklidir. Aynı şekilde 0 ve 2 de sürekli olur.

–1 noktasından geçerken –1 değeri için elimizi kaldırmak zorundayız. Bu yüzden fonksiyon bu noktada sürekli olmaz. Aynı şekilde 1 noktasında sürekli olmaz.

Bu durumda, fonksiyon –2, 0, 2 de sürekli, –1, 1 de süreksiz olur.

CEVAP: C

BÖLÜM 11
TÜREV

f: [a, b] → R fonksiyon verilsin.

$x_0 \in (a,b)$ için $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x)}{x-x_0}$

limitinin değeri, f fonksiyonunun x_0 daki türevidir.

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

SAĞDAN VE SOLDAN TÜREV:

$K \subset R$, $a \in K$ ve $f: K \to R$ olsun.

Sağdan Türev: $f'(a^+)=\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$

Soldan Türev: $f'(a^-)=\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$

NOT:

1. f fonksiyonu x = a da sürekli değilse türevli değildir.
2. f fonksiyonu x = a da sürekli ise türevli olmayabilir.
3. f fonksiyonu x = a da türevi var ise aynı noktada süreklidir.
4. $f'(a^+) = f'(a^-)$ ise f fonksiyonu x = a da türevlidir.

Örnek: f:R → R olmak üzere;

$f(x) = x^4$ fonksiyonunun x = 1 noktasındaki türevi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: $f'(4)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x-1)}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cancel{(x-1)}(x+1)(x^2+1)}{\cancel{(x-1)}}$

$=2.2=4$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x<0\\ 1, & x\ge 0\end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, x = 0 noktasındaki türevi kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) Yoktur

Çözüm: f(x) fonksiyonu x = 0 noktasında süreklidir.

$f(0)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)$ olur.

Şimdi x = 0 noktasındaki sağdan ve soldan türevlerini bulalım.

Sağdan Türev: $f'(0^+)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-1}{x-0}=0$

Soldan Türev: $f'(0^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x^2+1-1}{x-1}=0$

Sağdan türevi soldan türevine eşit olduğundan dolayı x = 0 noktasındaki türevi 0 olur.

CEVAP: B

Örnek: $f(x)=\begin{cases}x^2+2, & x<1\\ 2x-a, & 1\le x\le 3\\ 2x+b, & x>3\end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

f(x) fonksiyonu her x değeri için türevlenebiliyorsa a + b toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: Fonksiyon her x değeri için türevlenebiliyorsa aynı zamanda sürekli olacaktır.

Bu durumda, x = 1 de süreklidir.

$f(1)=\lim\limits_{x\to 1^-}(x^2+2)=\lim\limits_{x\to 1^+}(2x-a)$ olur.

$\Rightarrow 2-a=3 \Rightarrow a=-1$ olur.

Fonksiyon x = 3 de süreklidir.

$f(3)=\lim\limits_{x\to 3^-}(2x-a)=\lim\limits_{x\to 3^+}(2x+b)$ olur.

$\Rightarrow 6-a=6+b \Rightarrow b=-a=1$ olur.

Bu durumda, a + b = 0 bulunur.

CEVAP: C

TÜREV ALMA KURALLARI

1. $f(x) = x^n$ ise $f'(x) = n.x^{n-1}$ $(n \in R)$
2. $f(x) = c$ ise $f'(x) = 0$ $(c \in R)$
3. $[c.f(x)]' = c.[f(x)]' = c.f'(x)$ $(c \in R)$
4. $[f(x) + g(x)]' = [f(x)]' + [g(x)]' = f'(x) + g'(x)$
5. $[f(x) - g(x)]' = [f(x)]' - [g(x)]' = f'(x) - g'(x)$
6. $[f(x) . g(x)]' = f'(x) . g(x) + g'(x) . f(x)$
7. $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]'=\dfrac{f'(x).g(x)-g'(x).f(x)}{[g(x)]^2}$ $(g(x)\ne 0)$

Örnek: f: R → R

g: R → R

$f(x) = x^3 - 2x + 4$

$g(x) = x^2 - x + 7$

fonksiyonları veriliyor.

h(x) = f(x) + g(x) olduğuna göre, **h′(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $3x^2 + 3$ B) $3x^2 - 3$ C) $3x^2 - 2x - 3$

D) $3x^2 + 2x - 3$ E) $3x^2 + 2x$

Çözüm: $h'(x) = f'(x) + g'(x)$ olur.

$f'(x) = 3x^2 - 2$ ve $g'(x) = 2x - 1$ olur.

$h'(x) = f'(x) + g'(x) = 3x^2 + 2x - 3$ olur.

CEVAP: D

Örnek: $f(x^2 + 2x + 5) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$

fonksiyonu veriliyor. **Buna göre, f′(5) kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$(x^2 + 2x + 5)' . f'(x^2 + 2x + 5) = 4x^3 - 6x + 4$

$(2x + 2) . f'(x^2 + 2x + 5) = 4x^3 - 6x + 4$

x yerine eşitlikte 0 yazalım.

$2.f'(5) = 4 \Rightarrow f'(5) = 2$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x+1}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f′(1) kaçtır?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:

$f'(x)=\dfrac{(x^2+2x)'.(x+1)-(x^2+2x).(x+1)'}{(x+1)^2}$

$f'(x)=\dfrac{(2x+2)(x+1)-(x^2+2x).1}{(x+1)^2}$

$f'(1)=\dfrac{4.2-3.1}{2^2}=\dfrac{5}{4}$

CEVAP: A

MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN TÜREVİ

f: K → R, $a \in K$ ve $f(a) \ne 0$ olsun.

$y=|f(x)|=\begin{cases}-f(x), & f(a)<0\\ f(x), & f(a)>0\end{cases}$

f(a) = 0 olacak biçimde a noktası var ise, fonksiyonun sağdan ve soldan türevlerine bakılır. Sağdan ve soldan türevler birbirine eşit ise fonksiyon türevi vardır. Aksi halde türevli değildir.

f(a) = 0 olacak biçimde çift katlı bir kökü var ise bu kökte her zaman fonksiyon türevlenebilir.

Örnek: $f(x) = |x^2-9|$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f′(3) kaçtır?

A) –3 B) Yoktur C) 0 D) 3 E) 9

Çözüm:

		–3		3	
$\lvert x^2-9\rvert$	x^2-9		$-x^2+9$		x^2-9

Mutlak değerin içini sıfır yapan değerlerden biri 3 olduğuna göre, sağdan ve soldan türeve bakmalıyız.

$f'(x^+) = (x^2 - 9)' \Rightarrow f'(x^+) = 2x$

$\Rightarrow f'(3^+) = 6$ olur.

$f'(x^-) = (-x^2 + 9)' \Rightarrow f'(x^-) = -2x$

$\Rightarrow f'(3^-) = -6$ olur.

$f'(3^+) \ne f'(3^-)$ olduğundan bu noktada türevi yoktur.

CEVAP: C

Örnek: $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$ fonksiyonu veriliyor.

f′(2) kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

Çözüm:

		–1		2		3	
$\lvert x^2-2x-3\rvert$	x^2-2x-3		$-x^2+2x+3$				x^2-2x-3

Mutlak değerin içini sıfır yapan değerlerden biri olmayan 2 için sağdan ve soldan türeve bakmamıza gerek yoktur.

$f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)' \Rightarrow f'(x) = -2x + 2$ olur.

x = 2 için $f'(2) = -2.2 + 2 = -2$ olur.

CEVAP: B

BİLEŞKE FONKSİYON TÜREVİ:

$[(gof)_{(x)}]' = [g[f(x)]]' = g'[f(x)].f'(x)$

$[[u(x)]^n]' = n.[u(x)]^{n-1}.u'(x)$

Örnek: f:R → R

g: R → R

$f(x) = 2x^2 + 4$

$g(x) = x + 5$ fonksiyonları veriliyor.

(gof)′(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x + 2 B) 1 C) 4x

D) 2x + 3 E) 2x + 5

Çözüm: Önce (gof)(x) fonksiyonunu bulalım.

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(2x^2 + 4) = 2x^2 + 4 + 5$

$= 2x^2 + 9$

$(gof)'(x) = (2x^2 + 9)' = 4x$ bulunur.

CEVAP: C

Örnek: $f(x) = (x^3 + 2x)^3$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f′(1) kaçtır?

A) 130 B) 131 C) 132 D) 134 E) 135

Çözüm: $f'(x) = 3.(x^3 + 2x)^2 . (x^3 + 2x)'$

$f'(x) = 3.(x^3 + 2x)^2 . (3x^2 + 2)$

x yerine 1 yazalım.

$f'(1) = 3.(1 + 2)^2 . (5) = 135$ olur.

CEVAP: E

PARAMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ

$y = g(t)$

$x = h(t)$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}.\frac{dt}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{h'(t)}$$

Örnek: $y = t^2 + 2t + 5$

$x = t^3 - 2$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\frac{dy}{dx}$ in t = 1 için değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 3

Çözüm: $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$ olur.

$$\frac{dy}{dt} = (t^2 + 2t + 5)' = 2t + 2$$

$$\frac{dx}{dt} = (t^3 - 2)' = 3t^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t+2}{3t^2} \text{ olur.}$$

$$t = 1 \text{ için } \frac{2.1+2}{3.1^2} = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: B

Örnek: $y = u^2 + u + 4$

$u = 2p - 2$

$p = x^2 + 1$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 0 için değeri kaçtır?

A) –2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

Çözüm: x = 0 için $p = x^2 + 1 = 1$ olur.

p = 1 için u = 2p – 2 = 0 olur.

u = 0 için $y = u^2 + u + 4 = 4$ olur.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}.\frac{du}{dp}.\frac{dp}{dx} \text{ olur.}$$

$$\frac{dy}{dx} = (u^2 + u + 4)'(2p - 2)'.(x^2 + 1)'$$

$$\frac{dy}{dx} = (2u + 1).(2)(2x)$$

x = 0, p= 1, u = 0 ve y = 4 için

(2.0+ 1). (2) (2.0) = 0 bulunur.

CEVAP: B

KÖKLÜ FONKSİYONUN TÜREVİ:

u = f(x)olsun.

$$y = \sqrt[n]{[f(x)]^m} = \sqrt[n]{u^m}$$

$$y' = \frac{m}{n}.u^{\frac{m}{n}-1}.u' = \frac{m.u'}{n.\sqrt[n]{u^{n-m}}}$$

Örnek: $f(x) = \sqrt[3]{x}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f´(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[3]{x^2}$ B) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{3}$ C) $\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$

D) $\frac{1}{3.\sqrt[3]{x^2}}$ E) $3.\sqrt[3]{x^2}$

Çözüm: $f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ olur.

$$f'(x) = \frac{1}{3}.x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}.x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3.\sqrt[3]{x^2}} \text{ olur.}$$

CEVAP: D

Örnek: $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f´(0) kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

Çözüm:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x+2}} \Rightarrow f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{\frac{1}{2}-1}.\frac{(x+1)'.(x+2)-(x+2)'.(x+1)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}}.\frac{x+2-(x+1)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}}.\frac{1}{(x+2)^2}$$

x yerine 0 yazalım.

$$f'(0) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{1}{2}}.\frac{1}{2^2} = \frac{\sqrt{2}}{8} \text{ olur.}$$

CEVAP: D

LOGARİTMİK FONKSİYONUN TÜREVİ

u = f(x) olsun.

* $y = \log_a f(x) = \log_a u$

$y' = \frac{u'}{u}.\log_a e$

* $y = \ln f(x) = \ln u$

$y' = \frac{u'}{u}$

Örnek: $f(x) = \ln(x^2 + 2)$ fonksiyon veriliyor.

Buna göe, f´(1) kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

Çözüm: $f'(x) = \frac{(x^2+2)'}{x^2+2} = \frac{2x}{x^2+2}$ olur.

x yerine 1 yazalım.

$$f'(1) = \frac{2.1}{1^2+2} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

CEVAP: B

Örnek: $f(x) = \log_3(x^2 + 2x + 5)$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f´(0) kaçtır?

A) $\frac{1}{5\ln 3}$ B) $\frac{2}{5.\ln 3}$ C) $\frac{1}{\ln 3}$

D) $\frac{3}{\ln 3}$ E) $\frac{5}{2.\ln 3}$

Çözüm: $f'(x) = \frac{(x^2+2x+5)'}{x^2+2x+5}.\log_3 e$

$$f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+5}.\log_3 e$$

x yerine 0 yazalım.

$$f'(0) = \frac{2.0+2}{0^2+2.0+5}.\log_3 e = \frac{2}{5}.\log_3 e = \frac{2}{5.\ln 3}$$

CEVAP: B

ÜSTEL FONKSİYONUN TÜREVİ

u = f(x) olsun.

* $y = a^{f(x)} = a^u$

$y' = u'.a^u.\ln a$

* $y = e^{f(x)} = e^u$

$y' = u'.e^u$

Örnek: $f(x) = 3^{x^2+2x}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f´(1) kaçtır?

A) 36ln3 B) 48ln3 C) 96.ln3

D) 108.ln3 E) 120ln3

Çözüm: $f'(x) = (x^2 + 2x)' . 3^{x^2+2x} . \ln 3$

$f'(x) = (2x + 2) . 3^{x^2+2x}.\ln 3$

x yerine 1 yazalım.

$f'(1) = (2.1+ 2) . 3^{1+2} . \ln 3$

$f'(1) = 4.27 . \ln 3$

$f'(1) = 108.\ln 3$ olur.

CEVAP: D

Örnek: $f(x) = e^{3x^2+4x}$ fonksiyon veriliyor.

Buna göre, f´(0) kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm: $f'(x) = (3x^2 + 4x)' . e^{3x^2+4x}$

$f'(x) = (6x + 4) . e^{3x^2+4x}$

x yerine 0 yazalım.

$f'(0) = 4.e^0 = 4$ olur.

CEVAP: C

TERS FONKSİYONUN TÜREVİ

$f(x_0) = y_0 \Leftrightarrow f^{-1}(y_0) = x_0$

$$(f^{-1})'_{(y_0)} = \frac{1}{f'(x_0)} \text{ olur.}$$

Örnek: f(4x + 7) = 6x + 7 olduğuna göre, **$[f^{-1}(x)]'$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

ÇÖZÜM: Önce f in tersini bulalım.

$$f(4x+7) = 6x+7 \Rightarrow f^{-1}(6x+7) = 4x+7$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 4.\left(\frac{x-7}{6}\right)+7$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x-28+42}{6}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x}{6} - \frac{14}{6}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x}{3} - \frac{7}{3} \text{ olur.}$$

$$[f^{-1}(x)]' = \left(\frac{2x}{3} - \frac{7}{3}\right)' \Rightarrow [f^{-1}(x)] = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

CEVAP: B

Örnek: $f: R^{+} \to R^{+}$, $f(x)=\sqrt{x+8}-2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $[f^{-1}(1)]'$ kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm: Önce f in tersini bulalım.

$f(x)=y=\sqrt{x+8}-2$ fonksiyonunda x yerine y, y yerine x yazalım.

$x=\sqrt{y+8}-2 \Rightarrow x+2=\sqrt{y+8}$

$\Rightarrow y+8=(x+2)^2$

$\Rightarrow y=f^{-1}(x)=(x+2)^2-8$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=x^2+4x-4$ olur.

$[f^{-1}(x)]'=(x^2+4x-4)' \Rightarrow [f^{-1}(x)]'=2x+4$

x yerine 1 yazalım.

$[f^{-1}(1)]' = 2.1 + 4 = 6$ bulunur.

CEVAP: C

KAPALI FONKSİYONLARIN TÜREVİ

F(x, y) = 0 biçimindeki ifadelere kapalı fonksiyon denir.

$F(x,y)=\frac{dy}{dx}=-\frac{F_x}{F_y}$

Örnek: $x^2 + y^2 - xy - 4 = 0$ fonksiyonunun **(2,2) noktasındaki türevi kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: $\frac{dy}{dx}=-\frac{F_x}{F_y}$ olur.

$\frac{dy}{dx}=-\frac{2x-y}{2y-x}=\frac{y-2x}{2y-x}$ olur.

x yerine 2, y yerine 2 yazalım.

$\frac{2-2.(2)}{2.2-2}=\frac{2-4}{4-2}=\frac{-2}{2}=-1$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $x^2 . y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$

fonksiyonunun (1,0) noktasındaki türevi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm: $\frac{dy}{dx}=-\frac{F_x}{F_y}$ olur.

$\frac{dy}{dx}=-\frac{2xy^2-4}{2yx^2+2}$ olur.

x yerine 1, y yerine 0 yazalım.

$-\frac{2.1.0-4}{2.0.1+2}=-\frac{-4}{2}=2$ olur.

CEVAP: B

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ:

u = f(x) olsun.

- *) $y = \sin u \Rightarrow y' = u'.\cos u$
- *) $y = \cos u \Rightarrow y' = -u'.\sin u$
- *) $y = \tan u \Rightarrow y' = u\,(1 + \tan^2 u)$
- *) $y = \cot u \Rightarrow y' = -u(1 + \cot^2 u)$

Örnek: f(x) = sin(cosx) **fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –sinx.cos(cosx) B) –cosx.cos(cosx)
C) sinx.sin(cosx) D) sinx.cos(cosx)
E) sinx.sin(sinx)

Çözüm: $f'(x) = (\cos x)'.[\sin(\cos x)]'$

$f'(x) = (-\sin x) . \cos(\cos x)$

CEVAP: A

Örnek: f(x) = tanx. sinx fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(\pi)$ kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm:

$f'(x) = (\tan x.\sin x)'$

$f'(x) = (1 + \tan^2 x). \sin x + \tan x . \cos x$

x yerine π yazalım.

$f'(\pi) = (1 + \tan^2\pi) . \sin\pi + \tan\pi . \cos\pi$

$f'(\pi) = (1 + 0) . 0 + 0 . (-1)$

$f'(\pi) = 0$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $f(x)=\sqrt{\sin x}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?

A) $\frac{\sqrt6}{2}$ B) $\frac{\sqrt6}{3}$ C) $\frac{\sqrt6}{4}$ D) $\frac{1}{2.\sqrt[3]{4}}$ E) $\frac{\sqrt2}{4.\sqrt[4]{3}}$

Çözüm:

$f'(x)=\left(\sqrt{\sin x}\right)'=\left((\sin x)^{\frac12}\right)'$

$f'(x)=\frac12.(\sin x)^{\frac12-1}.(\sin x)'$

$f'(x)=\frac12.\frac{1}{\sqrt{\sin x}}.\cos x$

x yerine $\frac{\pi}{3}$ yazalım.

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac12.\frac{1}{\sqrt{\sin\frac{\pi}{3}}}.\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac12.\frac{\sqrt2}{\sqrt[4]{3}}.\frac12=\frac{\sqrt2}{4\sqrt[4]{3}}$

CEVAP: E

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN TÜREVİ:

u = f(x) olsun.

- *) $y=\arcsin u \Rightarrow y'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
- *) $y=\arccos u \Rightarrow y'=-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
- *) $y=\arctan u \Rightarrow y'=\frac{u'}{1+u^2}$
- *) $y=\text{arccot}\, u \Rightarrow y'=-\frac{u'}{1+u^2}$

Örnek: f(x) = arcsin (x²) fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'\left(\frac12\right)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{15}}$ C) $\frac{4}{\sqrt{15}}$ D) $\frac{8}{\sqrt{15}}$ E) $\frac{10}{\sqrt{15}}$

Çözüm: $f'(x)=(\arcsin(x^2))'$

$f'(x)=\frac{(x^2)'}{\sqrt{1-(x^2)^2}}$

$f'(x)=\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$ olur.

x yerine $\frac12$ yazalım.

$f'\left(\frac12\right)=\frac{2.\frac12}{\sqrt{1-\left(\frac12\right)^4}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{16}}}$

$f'\left(\frac12\right)=\frac{4}{\sqrt{15}}$ olur.

CEVAP: C

Örnek: f(x) = arctan (cosx) fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt2}{3}$ B) $-\frac{\sqrt6}{3}$ C) $\frac{\sqrt2}{2}$ D) $\frac12$ E) $\frac{\sqrt2}{4}$

Çözüm:

$f'(x)=(\arctan(\cos x))'$

$f'(x)=\frac{(\cos x)'}{1+(\cos x)^2}$

$f'(x)=\frac{-\sin x}{1+(\cos x)^2}$

x yerine $\frac{\pi}{4}$ yazalım.

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-\sin\frac{\pi}{4}}{1+\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)^2}$

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-\frac{\sqrt2}{2}}{1+\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2}=\frac{-\frac{\sqrt2}{2}}{\frac32}=-\frac{\sqrt2}{3}$

CEVAP: A

ARDIŞIK TÜRLER

- *) $y=x^n$ ise $y^{(n)}=n!$
- *) $y=\frac1x$ ise $y^{(n)}=(-1)^n.\frac{n!}{x^{n+1}}$
- *) $y=\sin ax$ ise $y^n=a^n.\sin\left(ax+\frac{n\pi}{2}\right)$
- *) $y=\cos ax$ ise $y^n=a^n.\cos\left(ax+\frac{n\pi}{2}\right)$
- *) $y=\ln x$ ise $y^{(n)}=(-1)^{n-1}.\frac{(n-1)!}{x^n}$
- *) $y=a^x$ ise $y^{(n)}=a^x.(\ln a)^n$
- *) $y=\frac{1}{ax+b}$ ise $y^{(n)}=\frac{(-1)^n.n!.a^n}{(ax+b)^{n+1}}$

Örnek: $f(x) = e^{2x}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, fonksiyonun 10. türevi aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $10!e^{2x}$ B) $2^{10}.e^{2x}$ C) $100.e^{2x}$
D) e^{2x} E) $\frac{e^{2x}}{100}$

Çözüm: $f'(x) = 2.e^{2x}$

$f''(x) = 2.2.e^{2x} = 2^2.e^{2x}$

$f'''(x) = 2.2.2.e^{2x} = 2^3 . e^{2x}$

$\vdots$

$f^{10}(x)=\underbrace{2.2....2}_{10\text{ tane}}.e^{2x}=2^{10}.e^{2x}$ olur.

CEVAP: B

Örnek: f(x) = cos(2x) fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, fonksiyonun 15. türevi aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $-2^{15}.\sin(2x)$ B) $-2^{15}.\cos(2x)$ C) $-2^{15}\sin x$
D) $2^{15}.\sin(2x)$ E) $2^{15}.\cos(2x)$

Çözüm:

$f'(x) = -2 \,.\, \sin(2x)$

$f''(x) = -2.2.\cos(2x)$

$f'''(x) = +2.2.2.\sin(2x)$

$f''''(x) = 2.2.2.2.\cos(2x)$

$f'''''(x) = -2.2.2.22.\sin(2x)$

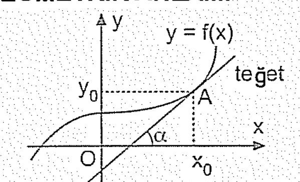
$\vdots$

$$f^{15}(x) = 2^{15}.\cos\left(2x + \frac{15\pi}{2}\right)$$

Bu durumda, $f^{15}(x) = 2^{15} \,.\, \sin 2x$ olur.

CEVAP: D

TÜREVİN GEOMETRİK ANLAMI



Teğetin Eğimi: $m = \tan\alpha = f'(x_0)$

Normalin Eğimi: $-\frac{1}{m} = -\frac{1}{\tan\alpha} = -\frac{1}{f'(x_0)}$

Teğetin Denklemi: $y - y_0 = m(x - x_0)$

Normalin Denklemi: $y - y_0 = -\frac{1}{m}(x - x_0)$

Örnek: $f(x) = x^2 + 4$ parabolünün (1,5) noktasından çizilen teğetin denklemi **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = 2x - 3$ B) $y = 2x - 1$ C) $y = 2x + 3$
D) $y = 2x + 5$ E) $y = 2x + 8$

Çözüm: Önce eğimi bulalım.

$f'(x) = (x^2 + 4)' \Rightarrow f'(x) = 2x$

$\Rightarrow f'(1) = 2$ olur.

Teğetin eğimi 2 olur. Teğetin denklemi;

$y - 5 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x + 3$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $x^3 - xy + y^2 - 1 = 0$ **eğrisine (1,1) noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ B) $y = \frac{x}{2}$

C) $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ D) $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$

E) $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

Çözüm: Önce teğetin eğimini bulalım.

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{3x^2 - y}{-x + 2y}$$

x yerine 1, y yerine 1 yazarsak teğetin eğimini buluruz.

$$\text{eğim} = -\frac{3-1}{-1+2} = -\frac{2}{1} = -2 \text{olur.}$$

Teğetin eğimi −2 olursa normalin eğimi $\frac{1}{2}$ olur.

(1,1) noktasından geçen eğimi $\frac{1}{2}$ olan normalin denklemi;

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

CEVAP: C

Örnek: $y = 4x^2 - kx + 5$ eğrisinin x =1 apsisli noktasındaki teğeti, $x + 2y + 4 = 0$ doğrusuna dik olduğuna göre, **k kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: Önce teğetin eğimini bulalım.

$y' = (4x^2 - kx + 5)' \Rightarrow y' = f'(x) = 8x - k$

$\Rightarrow f'(1) = 8 - k$ olur.

Teğetin eğimi 8 − k olursa eğime dik olan doğrunun eğimi $-\frac{1}{8-k}$ olur.

$x + 2y + 4 = 0$ doğrusunun eğimi $-\frac{1}{2}$ olduğuna göre,

$$-\frac{1}{8-k} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 8 - k = 2$$

$\Rightarrow k = 6$ bulunur.

CEVAP: E

ARTAN, AZALAN FONKSİYONLAR VE EXTREMUM NOKTALARI:

f: [a, b] → R fonksiyonu [a, b] aralığında ve (a, b) aralığında türevli olsun.

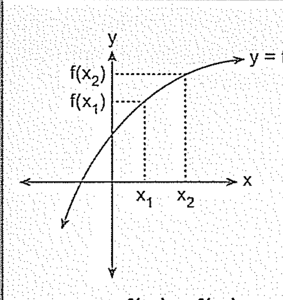
Her $x_0 \Rightarrow$ (a, b) için

- $f'(x_0) > 0$ ise f artan
- $f'(x_0) <$ ise f azalan
- $f'(x_0) = 0$ ise yerel extremum vardır.

Extremum noktalarını bulmak için $f'(x_0) = 0$ denklemini sıfır yapan x_1 ve x_2 noktaları için aşağıdaki tablo yapılır.

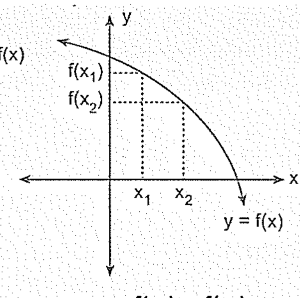
	−∞ … x_1	x_1 … x_2	x_2 … +∞
f′(x)	+	−	+
f	Artan ↗	Azalan ↘	Artan ↗
		$f(x_1)$ max	$f(x_2)$ min

$(x_1, f(x_1)) \rightarrow$ maximum nokta
$(x_2, f(x_2)) \rightarrow$ minimum nokta



$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

f artan



$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

f azalan

Örnek: $f(x) = x^2 - 2x + 4$ **fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (−∞,1) B) (1, ∞+) C) (−2, 4)
D) (−∞, 2) E) (4, ∞+)

Çözüm: f′(x) i bulalım.

$f'(x) = (x^2 - 2x + 4)' \Rightarrow f'(x) = 2x - 2$

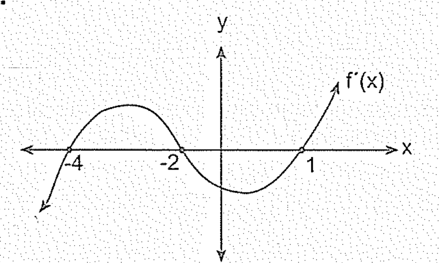
$f'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$ olur.

	−∞		1		+∞
f′		−	0	+	

f fonksiyonu (1, ∞+) aralığında artan olur.

CEVAP: B

Örnek:



Yukarıdaki grafikte f′(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **f(x) in azalan olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) (−4, −2) B) (1, ∞+) C) (−4,1)
D) (−2,1) E) (−∞, −2)

Çözüm: f(x) fonksiyonunun türev grafiği verilmiş ise; x ekseninin üstünde kalan kısmı f(x) in artan olduğu noktaları, x ekseninin altında kalan kısmı f(x) in azalan olduğu noktaları gösterir.

		−4		−2		1	
f′	−	0	+	0	−	0	+

Azalan olduğu aralıklar; (−∞, −4) ve (−2, 1) aralığıdır.

CEVAP: D

Örnek: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ **fonksiyonunun extremum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: f(x) in birinci mertebeden türevini sıfır yapan noktaları bulalım.

$f'(x) = (2x^3 - 3x^2 - 36x + 7)'$

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$ olur.

$6x^2 - 6x - 36 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$

$\Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0$

$\Rightarrow x = 3$ veya $x = -2$ olur.

Kökler tek katlı olduğu için 3 ve −2 extremum noktalarının apsisleri olacaktır. Apsisler toplamı −2 + 3 = 1 bulunur.

CEVAP: D

Örnek: $f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 2$

fonksiyonunun (1, 1) noktası extremum noktası olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: Extremum noktaları fonksiyonun üzerinde olan noktalardır.

Yani f(1) = 1 olacaktır.

$f(1) = 1 + a - b + 2 = 1 \Rightarrow a - b = -2$ olur.

Fonksiyonun birinci mertebeden türevini sıfır yapan nokta extremum noktası olduğuna göre, f′(1) = 0 olacaktır.

$f'(x) = (x^3 + ax^2 - bx + 2)'$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax - b$ olur.

$f'(1) = 0 \Rightarrow 3 + 2a - b = 0$

$\Rightarrow 2a - b = -3$ olur.

$-1/a - b = -2$

$2a - b = -3$

$-a + b = 2$

$+\ 2a - b = -3$

$a = -1$ olur.

$a - b = -2 \Rightarrow -1 - b = -2 \Rightarrow b = 1$ olur.

Bu durumda, a + b = 0 bulunur.

CEVAP: C

EXTREMUM PROBLEMLERİ

Maximum ve minimum problemleri soruları sorulduğunda istenilen ifade tek değişkene bağlı olarak yazılır. Fonksiyonun I. dereceden türevi alınır ve ifade sıfıra eşitlenir. İfadeyi sıfırlayan köklerin maximum ve minimum incelemesi yapılarak soru çözülür.

Örnek: $3x + y = 40$ olduğuna göre, **x . y çarpımının maximum değeri kaçtır?**

A) $\frac{400}{3}$ B) 200 C) $\frac{700}{3}$ D) $\frac{800}{3}$ E) 300

Çözüm: $3x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - 3x$ olur.

x . y fonksiyonunu tek değişkenli ifade olarak yazmak için y yerine 40 – 3x yazarız.

$x \cdot y = x.(40 - 3x) = 40x - 3x^2$ olur.

Bulduğumuz tek değişkenli ifadenin x'e göre birinci mertebeden türevini alarak sıfıra eşitleyelim.

$(40x - 3x^2)' = 40 - 6x$ olur.

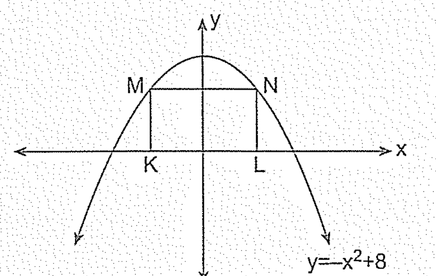
$40 - 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{20}{3}$ bulunur.

x yerine $40x - 3x^2$ de $\frac{20}{3}$ yazarsak sonuç maximum olacaktır.

$$40.\frac{20}{3} - 3.\left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{800}{3} - \frac{400}{3} = \frac{400}{3} \text{ olur.}$$

CEVAP: A

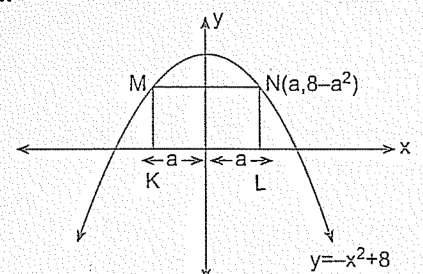
Örnek:



Yukarıdaki şekilde $y = -x^2 + 8$ parabolünün grafiği verilmiştir. **M ve N köşeleri parabol üzerinde, K ve L köşeleri x ekseni üzerinde olan MNLK diktörtgeninin alanı <u>en çok</u> kaç br² olur?**

A) $\frac{64}{3\sqrt{3}}$ B) $\frac{32}{3\sqrt{6}}$ C) $\frac{128}{3\sqrt{6}}$ D) $\frac{256}{\sqrt{6}}$ E) $\frac{256}{3\sqrt{6}}$

Çözüm:



$\text{Alan(MNLK)} = |KL| \cdot |NL| = 2a.(-a^2 + 8)$

$= -2a^3 + 16a$

$\text{Alan(MNLK)}' = (-2a^3 + 16a)' = -6a^2 + 16$

$-6a^2 + 16 = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{16}{6} \Rightarrow a = \mp\frac{4}{\sqrt{6}}$

$a = \frac{4}{\sqrt{6}}$ olursa $|NL| = 8 - a^2 = 8 - \frac{16}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$

Bu durumda, dikdörtgenin alanı en çok

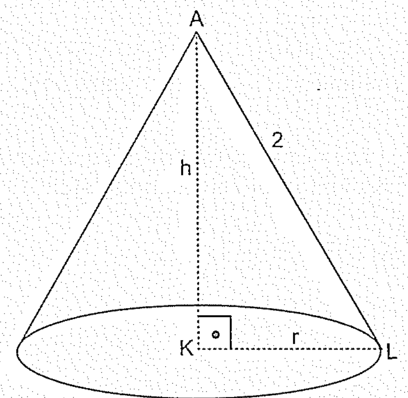
$$2a.(8 - a^2) = 2.\frac{4}{\sqrt{6}}.\frac{16}{3} = \frac{128}{3\sqrt{6}} \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

CEVAP: C

Örnek: Bir dik koninin ana doğrusu 2 birim uzunluğundadır. **Bu koninin hacminin <u>en çok</u> olması için taban yarıçapının uzunluğu kaç birim olmalıdır?**

A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{4}{\sqrt{6}}$ E) $\frac{6}{\sqrt{6}}$

Çözüm:



AKL dik üçgen olacağından;

$h^2 + r^2 = 2^2 \Rightarrow h^2 = 4 - r^2$

$\Rightarrow h = \sqrt{4 - r^2}$ olur.

Koninin hacmi $\frac{1}{3}\pi r^2.h$ olduğuna göre,

$\frac{1}{3}\pi r^2.\sqrt{4 - r^2} \Rightarrow \frac{1}{3}\pi\sqrt{4r^4 - r^6}$ olur.

Bulduğumuz ifadenin birinci mertebeden türevini bulup sıfıra eşitleyelim.

$$\left(\frac{1}{3}\pi\sqrt{4r^4 - r^6}\right)' = \frac{1}{3}\pi.\frac{16r^3 - 6r^5}{2\sqrt{4r^4 - r^6}} = 0$$

$\Rightarrow 16r^3 - 6r^5 = 0 \Rightarrow \frac{16}{6} = r^2 \Rightarrow r = \frac{4}{\sqrt{6}}$ olur.

CEVAP: D

TÜREV VE LİMİT

Limit hesaplamalarında $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerinde L'Hospital kuralını kullanabiliriz.

L'Hospital kuralı uygulanırken payın ve paydanın ayrı ayrı türevleri alınır. Bulduğumuz türevlere limit noktası yazılarak sonuca ulaşılır.

Örnek: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) sin1 C) 0 D) –1 E) cos1

Çözüm: x yerine 0 yazılırsa $\frac{0}{0}$ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x \to 0} \frac{(\sin x)'}{x'} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{\cos 0}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

CEVAP: A

Çözüm: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{5x^2 + 3x}{4x^2 + 5}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{5}{3}$

Çözüm: x yerine +∞ yazılırsa $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(5x^2 + 3x)'}{(4x^2 + 5)'} = \lim_{x \to +\infty} \frac{10x + 3}{8x} \text{ olur.}$$

x yerine +∞ yazılırsa $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(10x + 3)'}{(8x)'} = \lim_{x \to +\infty} \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

CEVAP: D

Örnek: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{4x}}{x + 7}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) +∞ B) e^4 C) e^2 D) –∞ E) e^{-2}

Çözüm: x yerine +∞ yazılırsa $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği görülür.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(e^{4x})'}{(x + 7)'} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4.e^{4x}}{1} = 4.e^{+\infty} = +\infty$$

CEVAP: A

EĞRİLERİN (DÖNÜM) BÜKÜM NOKTASI

f: [a, b] → R fonksiyonu (a, b) aralığında türevli olsun.

- $f''(x) > 0$ olan x değerlerinde eğri konveks
- $f''(x) < 0$ olan x değerlerinde eğri konkav
- $f''(x) = 0$ olduğu yerlerde dönüm (büküm) noktası vardır.

Bir fonksiyonun büküm (dönüm) noktalarını bulmak için $f''(x) = 0$ denklemini sıfır yapan x_1 ve x_2 noktaları için aşağıdaki tablo yapılır.

	–∞	x_1	x_2	+∞
f''(x)	+	–	+	
f	∪ Konveks	∩ Konkav	∪ Konveks	
		$f(x_1)$	$f(x_2)$	

$(x_1, f(x_1)) \to$ Dönüm noktası

$(x_2, f(x_2)) \to$ Dönüm noktası

Örnek: $f(x) = x^4 + 4x^3 + 8x + 3$

fonksiyonunun konkav olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –2) B) (0, ∞+) C) (–2,0)
D) (–∞, 0) E) (–2, ∞+)

Çözüm: f(x) in arka arkaya iki kez türevini alıp sıfıra eşitleyelim.

$f'(x) = (x^4 + 4x^3 + 8x + 3)'$

$f'(x) = 4x^3 + 12x^2 + 8$

$f''(x) = (4x^3 + 12x^2 + 8)'$

$f''(x) = 12x^2 + 24x$ olur.

$12x^2 + 24x = 0 \Rightarrow x.(12x + 24) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ veya $x = -2$

		–2		0	
f''	+	0	–	0	+
	Konveks		Konkav		Konveks

Fonksiyon (–2, 0) aralığında konkav olur.

CEVAP: C

Örnek: f: R → R

$f(x) = (x + 4)^4$ fonksiyonu veriliyor.

Bu fonksiyonun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 4 E) Yoktur

Çözüm: f(x) in arka arkaya iki kez türevini alıp sıfıra eşitleyelim.

$f'(x) = [(x + 4)^4]'$

$f'(x) = 4.(x + 4)^3$

$f''(x) = [4.(x + 4)^3]'$

$f''(x) = 12.(x + 4)^2$ olur.

$12.(x + 4)^2 = 0 \Rightarrow x = -4$ (Çift katlı kök)

		–4	
f''	+	0	+

f(x) fonksiyonunun dönüm noktası yoktur.

CEVAP: E

Örnek: $f(x) = x^3 + ax^2 + (a + 6)x - 3$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi 1 olduğuna göre, **ordinatı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: f(x) in arka arkaya iki kez türevini alıp x yerine 1 yazıp sıfıra eşitleyelim.

$f'(x) = (x^3 + ax^2 + (a + 6)x - 3)'$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + a + 6$

$f''(x) = (3x^2 + 2ax + a + 6)'$

$f''(x) = 6x + 2a$ olur.

$f''(1) = 0 \Rightarrow 0 = 6.1 + 2a \Rightarrow a = -3$ olur.

f(x) de a yerine –3 yazalım.

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 3$ olur.

Dönüm noktası fonksiyonun üzerinde olacağından bize f(1) sorulmaktadır.

$f(1) = 1^3 - 3.1^2 + 3.1 - 3 = -2$ olur.

CEVAP: A

İKİNCİ DERECEDEN TÜREVDEN EXTREMUM NOKTALARININ BULUNMASI:

$K \subset R$, $f: K \to R$, $f''(x_0)$ ile $f'(x_0)$ var ve $f'(x_0) = 0$ olsun.

- $f''(x_0) < 0$ ise x_0 noktası yerel maximum noktasıdır.
- $f''(x_0) > 0$ ise x_0 noktası yerel minimum noktasıdır.

Örnek: $f(x)=\frac{x^3}{3}-2x^2-5x+7$ **fonksiyonunun maximum noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) –6 B) –1 C) 0 D) 1 E) 5

Çözüm: Maximum noktasını ikinci dereceden türevden yararlanarak bulalım.

$f'(x)=\left(\frac{x^3}{3}-2x^2-5x+7\right)'$

$f'(x) = x^2 - 4x - 5$

$f''(x) = (x^2 - 4x - 5)'$

$f''(x) = 2x - 4$ olur.

$f'(x)$ i sıfır yapan noktaları bulalım.

$f'(x) = x^2 - 4x - 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$

$\Rightarrow (x-5)(x+1) = 0$

$\Rightarrow x = 5$ veya $x = -1$

$f''(x)$ de $f'(x)$ i sıfır yapan noktaların değerleri bulalım.

$f''(5) = 2.5 - 4 = 6 > 0$ (minimum)

$f''(-1) = 2.(-1) - 4 = -6 < 0$ (maximum)

$f(x)$ in maximum noktasının apsisi –1 olur.

CEVAP: B

ASİMPTOT TÜRLERİ

1. Düşey Asimptot:

$y=\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesinde $Q(x) = 0$ denklemini sıfır yapan x değerleri $x_1, x_2, \ldots x_n$ ise eğrinin düşey asimptotları $x = x_1, x = x_2, \ldots x = x_n$ doğrulardır.

2. Yatay Asimptot:

$y=\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesi için $\lim_{x\to\mp\infty}\frac{P(x)}{Q(x)}=c\,(c\in R)$ ise yatay asimtot vardır ve $y = c$ doğrusudur.

3. Eğik Asimptot:

$y=\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesinde P(x) in derecesi Q(x) in derecesinden 1 büyük ise eğik asimptot vardır. Eğik asimptot P(x) in Q(x) e bölünmesiyle elde edilen bölümdür.

4. Eğri Asimptot:

$y=\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesinde P(x) in derecesi Q(x) in derecesinden en az 2 büyük ise eğri asimptot vardır. Eğri asimptot P(x) in Q(x) e bölünmesiyle elde edilen bölümdür.

5. Köklü Fonksiyonun Asimptotu:

$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$ fonksiyon verilsin.

- $a < 0$ ise asimptot yoktur.
- $a > 0$ ise eğik asimptot vardır.

Eğik Asimptotlar:

$\sqrt{a}.\left|x+\frac{b}{2a}\right|$

Örnek: $f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2-4x}$ **fonksiyonunun düşey asimptotları aşağıdaki doğrulardan hangisidir?**

A) x = 0, x = 2 B) x = 0, x = 4 C) x = 2, x = 4
D) x = 1, x = 4 E) x = 1, x = 2

Çözüm: Paydayı sıfır yapan kökleri bulalım.

$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x.(x-4) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ veya $x = 4$

Verilen fonksiyonun düşey asimptotları x = 0 ve x = 4 doğruları olur.

CEVAP: B

Örnek: $f(x)=\frac{x^2-2x+4}{x^2-9}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, fonksiyonun yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisi olur?

A) y = 3 B) y = 0 C) y = –3
D) y = 1 E) y = 4

Çözüm: f(x) fonksiyonunun +∞ daki limit değerini bulalım.

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-2x+4}{x^2-9}=1$ olur.

Bu durumda, y = 1 doğrusu fonksiyonun yatay asimptotu olur.

CEVAP: D

Örnek: $f(x)=\frac{x^3+x+2}{x^2-2}$ **fonksiyonunun eğik asimptotu x eksenini hangi noktada keser?**

A) (–1,0) B) (0, 0) C) (1, 0)
D) (2, 0) E) (3, 0)

Çözüm: Eğik asimptot için payı paydasına böleriz.

$$\begin{array}{r|l} x^3+x+2 & x^2-2 \\ \underline{-x^3+2x} & x \\ 3x+2 & \end{array}$$

Bu durumda, y = x doğrusu eğik asimptotu olur.

y = 0 için x = 0 olur. (0, 0) noktasında asimptot x eksenini keser.

CEVAP: B

NOT:
Bir fonksiyonun yatay ve düşey asimptotlarının kesim noktası o fonksiyonun simetri merkezi olur.

Örnek: $f(x)=\frac{x-3}{x+4}$ **fonksiyonunun simetri merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) (–4,1) B) (–2,1) C) (3,1)
D) (1, –4) E) (1, –2)

Çözüm: Paydayı sıfır yapan x = –4 düşey asimptot olur.

Fonksiyonun +∞ daki limit değeri yatay asimptot olacaktır.

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-3}{x+4}=1$ olur.

Yatay asimptot y = 1 doğrusudur.

Simetri merkezi (–4, 1) noktası olur.

CEVAP: A

FONKSİYON GRAFİKLERİ

1. Polinom Fonksiyonların Grafikleri:

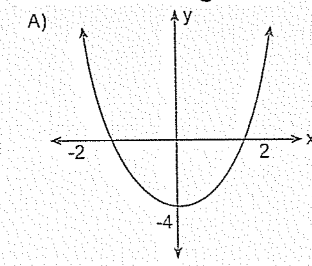
$a_n, a_{n-1}, \ldots a_0 \in R$ olmak üzere;

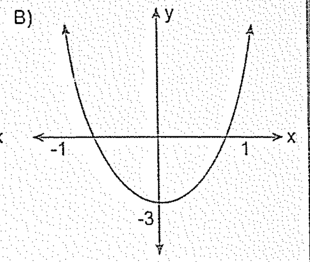
$f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_0$ biçimindeki fonksiyonlara polinom fonksiyon denir.

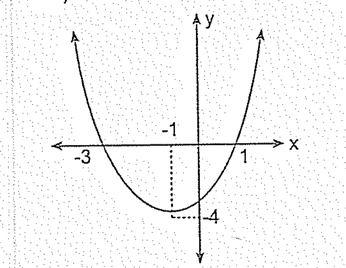
Verilen bir polinom fonksiyonun grafiği çizilirken aşağıda verilen adımlar sıra ile izlenmelidir.

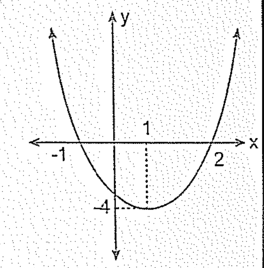
- f(x) fonksiyonunun +∞ ve –∞ deki limit değerleri bulunur.
- Eğrinin x eksenini ve y eksenini kestiği noktalar bulunur.
- Eğrinin extremum ve dönüm noktaları bulunur. Bu bilgilerin tümü tabloya aktarılarak grafik çizilir.

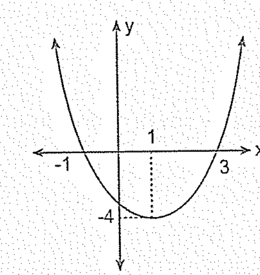
Örnek: $f(x) = x^2 - 2x - 3$ **eğrisinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**

A)


B)


C)


D)


E)


Çözüm: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2-2x-3)=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x^2-2x-3)=+\infty$

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 2.0 - 3 = -3$ olur.

Fonksiyon y eksenini (0, –3) noktasında keser.

$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$

$\Rightarrow x = 3$ veya $x = -1$

Fonksiyon x eksenini (3, 0) ve (–1,0) noktasında keser.

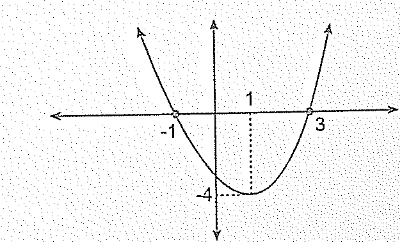
$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$ olur.

x = 1 noktası yerel minimum noktası olur.

$f(1) = 1^2 - 2.1 - 3 = -4$ olur.

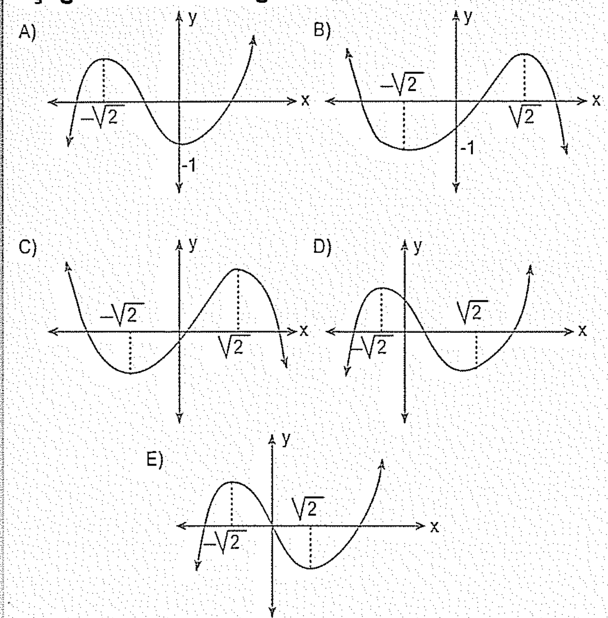
Yerel minimum noktası (1, –4) olur.

	–∞	1	
f′	–	0	+
	Azalan	-4	Artan



CEVAP: E

Örnek: $f(x) = x^3 - 6x + 1$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir.**



Çözüm: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}(x^3-6x+1) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-6x+1) = +\infty$

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^3 - 6.0 + 1 = 1$

Fonksiyon y eksenini (0, 1) noktasında keser.

Fonksiyon x eksenini üç farklı noktada keser.

$f'(x) = (x^3-6x+1)' \Rightarrow f'(x) = 3x^2-6$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2-6=0 \Rightarrow x^2=2$

$\Rightarrow x=\sqrt{2}$ veya $x=-\sqrt{2}$

$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^3 - 6.\sqrt{2}+1 = 1-4\sqrt{2}$

$f(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^3 - 6(-\sqrt{2})+1 = 1+4\sqrt{2}$

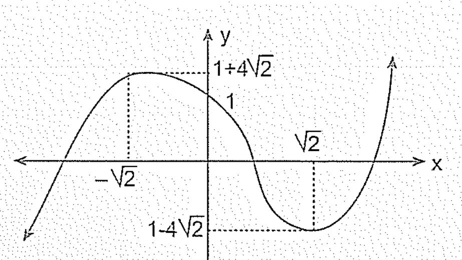
$f''(x) = (3x^2-6)' \Rightarrow f''(x) = 6x$

$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = 0^3 - 6.0 + 1 = 1$ olur.

(0,1) noktası dönüm noktasıdır.

x		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	
f′	+	0	−	0	+
	Artan	$1+4\sqrt{2}$	Azalan	$1-4\sqrt{2}$	Artan



CEVAP: D

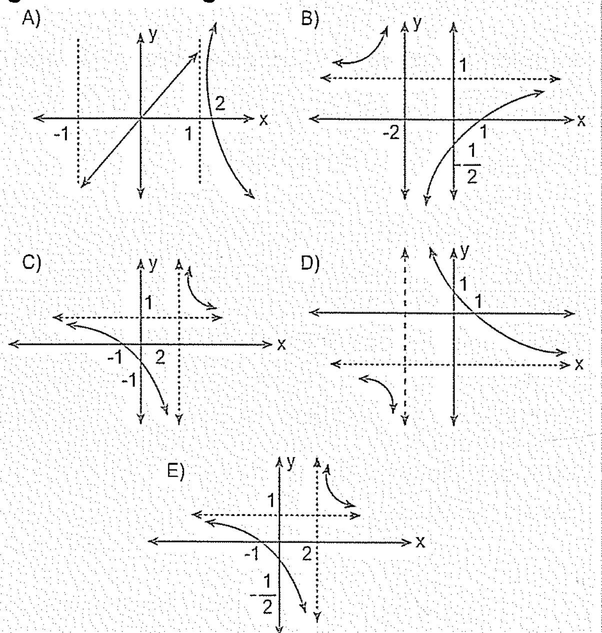
2. Rasyonel Fonksiyonların Grafikleri:

$f(x) = \dfrac{K(x)}{M(x)}$ biçimindeki ifadelere rasyonel fonksiyon denir.

Verilen bir rasyonel fonksiyonun grafiği çizilirken aşağıda verilen adımlar sıra ile izlenmelidir.

- f(x) fonksiyonunu tanım kümesi bulunur.
- f(x) fonksiyonunun varsa bütün asimptotları bulunur.
- f(x) fonksiyonunun eksenleri kestiği noktalar bulunur.
- Fonksiyonun türevine bakılır. Extremum noktaları, artan ve azalan olduğu aralıklar bulunur.
- Değişim tablosu oluşturulur ve tablo bilgilerine göre grafik çizilir.

Örnek: $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



Çözüm: Fonksiyonun tanım kümesi $R - \{-2\}$ olur.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ olur.

y = 1 doğrusu yatay asimtotu olur.

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ düşey asimptot olur.

$x=0$ için $f(0) = \dfrac{-1}{2}$ olur. Fonksiyon y eksenini $\left(0, -\dfrac{1}{2}\right)$ noktasında keser.

y = 0 için $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ olur.

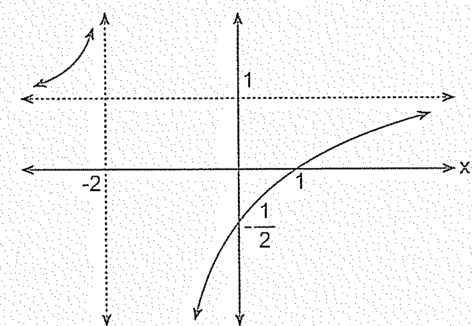
Fonksiyon x eksenini (1, 0) noktasında keser.

$f'(x) = \left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)' \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1.(x+2)-(x-1).1}{(x+2)^2}$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{3}{(x+2)^2}$

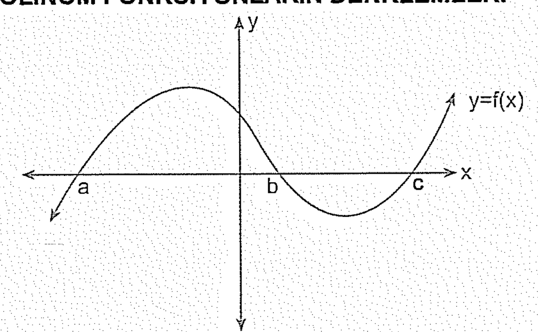
$f'(x) > 0$ olduğundan f(x) daima artan olur.

x		-2		0		1	
f′(x)	+		+		+		+
f(x)	↗		↗	$-\frac{1}{2}$	↗	0	↗

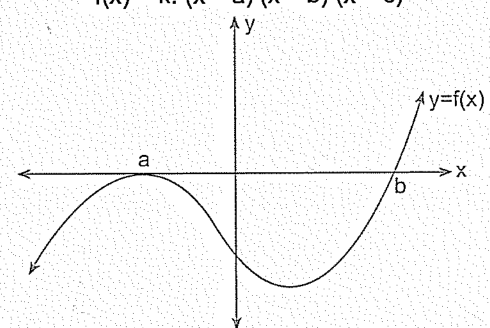


CEVAP: B

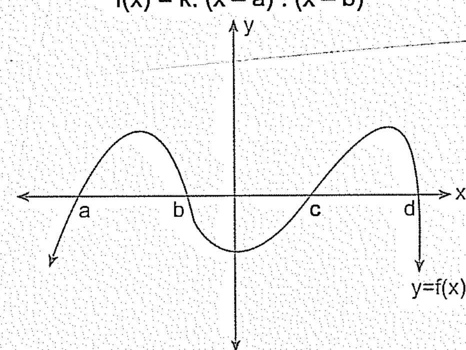
POLİNOM FONKSİYONLARIN DENKLEMLERİ



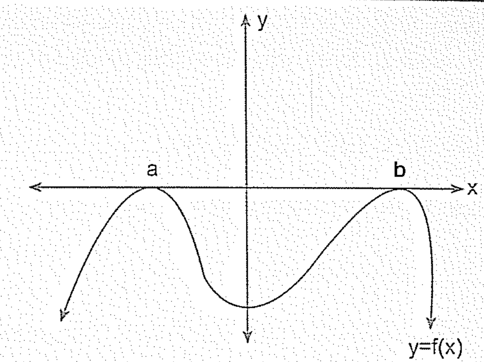
$f(x) = k.\ (x - a)\ (x - b)\ (x - c)$



$f(x) = k.\ (x - a)^2.\ (x - b)$

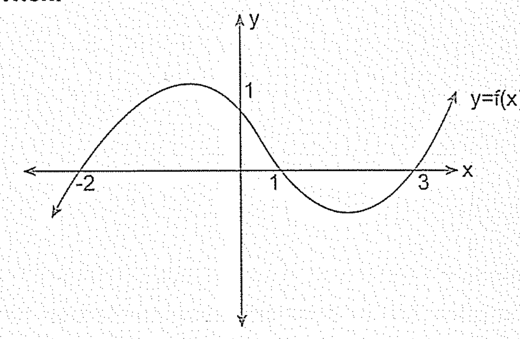


$f(x) = k.\ (x - a)\ (x - b)\ (x - c)\ (x - d)$



$f(x) = k.\ (x - a)^2.\ (x - b)^2$

Örnek:



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(4) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $f(x) = k.(x + 2)\ (x - 1)\ (x - 3)$ olur.

(0,1) noktası fonksiyon üzerinde olduğuna göre, f(0) = 1 olur.

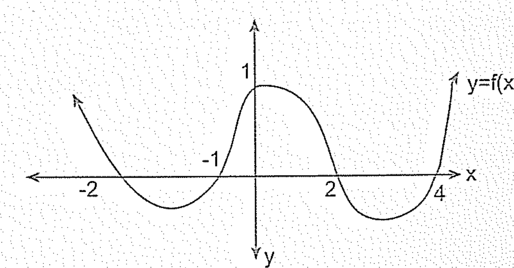
$1 = k.2.(-1)(-3) \Rightarrow k = \dfrac{1}{6}$ olur.

$x = 4$ için $f(4) = \dfrac{1}{6}.(4+2)(4-1)(4-3)$

$f(4) = 3$ bulunur.

CEVAP: C

Örnek:



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) $\dfrac{7}{6}$ B) $\dfrac{8}{7}$ C) $\dfrac{9}{8}$ D) $\dfrac{10}{9}$ E) $\dfrac{11}{10}$

Çözüm: f(x) = k.(x + 2)(x + 1)(x – 2) (x – 4) olur.
(0, 1) noktası fonksiyon üzerinde olduğuna göre, f(0) = 1 olur.

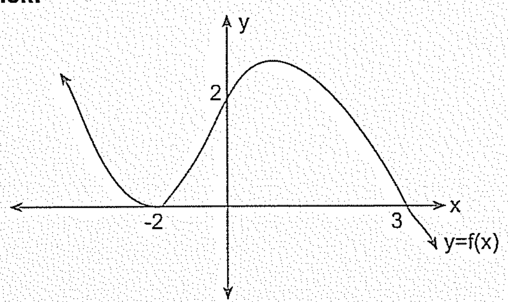
$1=k.(2).(1).(-2).(-4)\Rightarrow k=\frac{1}{16}$ olur.

$x=1$ için $f(1)=\frac{1}{16}.(1+2)(1+1)(1-2)(1-4)$

$f(1)=\frac{9}{8}$ bulunur.

CEVAP: C

Örnek:



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, f(x) in denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}.(x+2)^2.(x-3)$

B) $\frac{1}{2}.(x+2)^2.(x-3)$

C) $-\frac{1}{6}.(x+2)^2.(x-3)$

D) $-\frac{1}{3}(x+2)^2.(x-3)$

E) $-\frac{1}{2}(x+2)^2.(x-3)$

Çözüm: f(x) = k.(x+2)² . (x – 3) olur.
(0,2) noktası fonksiyon üzerinde olduğuna göre, f(0) = 2 olur.

$2=k.(0+2)^2(0-3)\Rightarrow k=-\frac{1}{6}$ olur.

Bu durumda, $f(x)=-\frac{1}{6}(x+2)^2.(x-3)$ olur.

CEVAP: C

BÖLÜM 12
İNTEGRAL

İntegral Alma Kuralları:

1.
- $\int dx=x+c$
- $\int a dx=a.x+c \quad (a\in R)$
- $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c \quad (n\neq -1)$
- $\int (mx+n)^k dx=\frac{(mx+n)^{k+1}}{m.(k+1)}+c \quad (k\neq -1)$

Örnek: $\int (x^2+x)dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3x^2 + 2x^2 + c$
B) $x^3 + x^2 + c$
C) $\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{2}+c$
D) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{6}+c$
E) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+c$

Çözüm: $\int (x^2+x)dx=\frac{x^{2+1}}{2+1}+\frac{x^{1+1}}{1+1}+c$
$=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+c$

CEVAP: E

Örnek: $\int (3x+4)^5 dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(3x + 4)^6 + c$
B) $\frac{(3x+4)^6}{18}+c$
C) $(3x + 4)^4 + c$
D) $\frac{(3x+4)^6}{6}+c$
E) $\frac{(3x+4)^4}{4}+c$

Çözüm: $\int (3x+4)^5 dx=\frac{(3x+4)^{5+1}}{3.(5+1)}+c$
$=\frac{(3x+4)^6}{18}+c$

CEVAP: B

2. $a,b\in R,\ a\neq 0,\ d\neq 1$ ve $d>0$ olsun.
- $\int e^x dx=e^x+c$
- $\int e^{x+b}dx=e^{x+b}+c$
- $\int e^{ax+b}dx=\frac{e^{ax+b}}{a}+c$
- $\int d^x dx=\frac{d^x}{\ln d}+c$
- $\int d^{x+b}dx=\frac{d^{x+b}}{\ln d}+c$
- $\int d^{ax+b}dx=\frac{d^{ax+b}}{a.\ln d}+c$

Örnek: $\int e^{3x}dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3.e^{3x} + c$
B) $e^{3x} + c$
C) $e^{2x} + c$
D) $\frac{e^{3x}}{3}+c$
E) $\frac{e^{3x}}{2}+c$

Çözüm: $\int e^{3x}=\frac{e^{3x}}{3}+c$ olur.

CEVAP: D

Örnek: $\int 2^{3x+4}dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2^{3x+4}}{3.\ln 2}+c$
B) $\frac{2^{3x+4}}{\ln 2}+c$
C) $2^{3x+4} + c$
D) $\frac{2^{3x+4}}{\ln 3}+c$
E) $\ln 2.2^{3x+4} + c$

Çözüm: $\int 2^{3x+4}dx=\frac{2^{3x+4}}{3.\ln 2}+c$ olur.

CEVAP: A

3. $a,b\in R, a\neq 0$ ve $d\neq 0$ olsun.
- $\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$
- $\int \frac{a}{x}dx=a.\ln|x|+c$
- $\int \frac{a}{x+b}dx=a.\ln|x+b|+c$
- $\int \frac{dx}{x^2-d^2}=\frac{1}{2d}.\ln\left|\frac{x-d}{x+d}\right|+c$

Örnek: $\int \frac{4}{x+2}dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\ln|x+2| + c$
B) $\frac{\ln|x+2|}{4}+c$
C) $\frac{\ln|x+2|}{2}+c$
D) $4.\ln|x + 2| + c$
E) $\frac{\ln|x+2|}{8}+c$

Çözüm: $\int \frac{4}{x+2}dx=4.\ln|x+2|+c$

CEVAP: D

Örnek: $\int \frac{dx}{x^2-4}$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$
B) $\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$
C) $\frac{1}{2}.\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$
D) $\frac{1}{4}.\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$
E) $\frac{1}{4}.\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$

Çözüm: $\int \frac{dx}{x^2-4} = \int \frac{dx}{x^2-2^2} = \frac{1}{4}.\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + c$

CEVAP: D

4. $a, b \in R$ ve $a \neq 0$ olsun.

* $\int \sin x dx = -\cos x + c$
* $\int \cos x dx = \sin x + c$
* $\int \sin(x+a)dx = -\cos(x+a) + c$
* $\int \cos(x+a)dx = \sin(x+a) + c$
* $\int \sin(ax+b)dx = -\frac{\cos(ax+b)}{a} + c$
* $\int \cos(ax+b)dx = \frac{\sin(ax+b)}{a} + c$
* $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + c$
* $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + c$
* $\int \sec^2 x dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int (1+\tan^2 x)dx = \tan x + c$
* $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int (1+\cot^2 x)dx = -\cot x + c$
* $\int \tan x.\sec x dx = \sec x + c$
* $\int \cot x.\operatorname{cosec} x dx = -\operatorname{cosec} x + c$

Örnek: $\int \sin(2x+3)dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\cos(2x+3)}{2} + c$ B) $-\frac{\cos(2x+3)}{2} + c$

C) $\frac{\sin(2x+3)}{2} + c$ D) $-\frac{\sin(2x+3)}{2} + c$

E) $\sin(2x + 3) + c$

Çözüm: $\int \sin(2x+3)dx = -\frac{\cos(2x+3)}{2} + c$

CEVAP: B

Örnek: $\int (\sin x + \cos x)dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sin x + \cos x + c$ B) $-\sin x - \cos x + c$

C) $\sin x - \cos x + c$ D) $\frac{\sin x}{2} + \frac{\cos x}{2} + c$

E) $\frac{\sin x}{2} - \frac{\cos x}{2} + c$

Çözüm: $\int (\sin x + \cos x)dx = -\cos x + \sin x + c$

CEVAP: C

5.
* $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c = -\arccos x + c$
* $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + c = -\operatorname{arccot} x + c$
* $\int \frac{dx}{\sqrt{m^2-n^2x}} = \frac{1}{n}.\arcsin\left(\frac{nx}{m}\right) + c$
* $\int \frac{dx}{m^2+n^2x^2} = \frac{1}{m.n}.\arctan\left(\frac{nx}{m}\right) + c$

Örnek: $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2.\arcsin x + c$ B) $\arcsin 2x + c$

C) $2.\arcsin 2x + c$ D) $\frac{1}{2}.\arcsin 2x + c$

E) $4.\arcsin 4x + c$

Çözüm: $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(2x)^2}}$

$= \frac{1}{2}.\arcsin\left(\frac{2x}{1}\right) + c$

$= \frac{1}{2}.\arcsin 2x + c$

CEVAP: D

Örnek: $\int \frac{dx}{1+9x^2}$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\arctan(3x) + c$ B) $\frac{1}{3}.\arctan(3x) + c$

C) $3.\arctan(3x) + c$ D) $\frac{1}{9}.\arctan(3x) + c$

E) $9.\arctan(3x) + c$

Çözüm: $\int \frac{dx}{1+9x^2} = \int \frac{dx}{1+(3x)^2}$

$= \frac{1}{3}\arctan(3x) + c$

CEVAP: B

İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ:

1. Değişken Değiştirme Yöntemi

$\int f(g(x)).g'(x)dx$ verilsin.

$u = g(x)$, $du = g'(x)dx$ $\Rightarrow \int f(u)du$ olur.

Örnek: $\int (x^2+x+4)(2x+1)dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4.(x^2 + x + 4)^2 + c$ B) $2.(x^2 + x + 4)^2 + c$

C) $\frac{(x^2+x+4)^2}{4} + c$ D) $(x^2 + x + 4)^2 + c$

E) $\frac{(x^2+x+4)^2}{2} + c$

Çözüm: $x^2 + x + 4 = u$ olsun.

$(2x + 1)\,dx = du$ olur.

$\int (x^2+x+4)(2x+1)dx = \int u.du = \frac{u^2}{2} + c$

$= \frac{(x^2+x+4)^2}{2} + c$

CEVAP: E

Örnek: $\int \sin(x+1).\cos(x+1)dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\sin^2(x+1)}{2} + c$ B) $\sin^2(x + 1) + c$

C) $2.\sin^2(x + 1) + c$ D) $4.\sin^2(x + 1) + c$

E) $6.\sin^2(x + 1) + c$

Çözüm: $\sin(x + 1) = u \Rightarrow \cos(x + 1)dx = du$

$\int \sin(x+1).\cos(x+1)dx = \int u.du = \frac{u^2}{2} + c$

$= \frac{\sin^2(x+2)}{2} + c$

CEVAP: A

Örnek: $\int \frac{\ln x}{x}dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\ln^2 x}{4} + c$ B) $\frac{\ln^2 x}{2} + c$

C) $4.\ln^2 x + c$ D) $\ln^2 x + c$

E) $2.\ln^2 x + c$

Çözüm: $\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x}dx = du$ olur.

$\int \frac{\ln x}{x}dx = \int u.du = \frac{u^2}{2} + c$

$= \frac{\ln^2 x}{2} + c$

CEVAP: B

2. Kısmi İnterasyon Yöntemi:

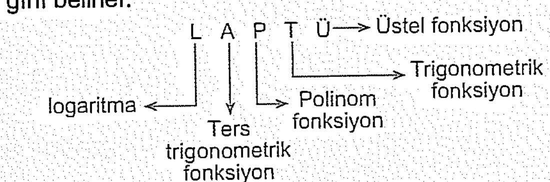
$u = f(x)$

$v = g(x) \Rightarrow d(u.v) = du.v + dv.u$

$u.dv = d(u.v) - v.du$ (Her iki tarafın integrali alınırsa)

$\int u.dv = u.v - \int v\,du$

LAPTÜ sıralamasındaki öncelik hangi kısmın u olacağını belirler.



Örnek: $\int x.\ln x.dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2.[\ln x + 1] + c$ B) $x^2.[\ln x - 1] + c$

C) $\frac{x^2}{2}\left[\ln x + \frac{1}{2}\right] + c$ D) $\frac{x^2}{2}.\left[\ln x - \frac{1}{2}\right] + c$

E) $\frac{x^2}{4}\left[\ln x + \frac{1}{4}\right] + c$

Çözüm: $\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x}dx = du$ olur.

$x.dx = dv \Rightarrow \frac{x^2}{2} = v$ olur.

$\int x\ln x dx = \frac{x^2}{2}.\ln x - \int \frac{x^2}{2}.\frac{1}{x}dx$

$= \frac{x^2}{2}.\ln x - \int \frac{x}{2}dx$

$= \frac{x^2}{2}.\ln x - \frac{1}{2}.\frac{x^2}{2} + c$

$= \frac{x^2}{2}\left[\ln x - \frac{1}{2}\right] + c$

CEVAP: D

Örnek: $\int x.\arctan x dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{x^2}{2}\arctan x + c$ B) $\frac{x^2}{2}\arctan x - \frac{x}{2} + c$

C) $\arctan x + c$ D) $\frac{\arctan x}{2} - \frac{x}{2} + c$

E) $\frac{x^2}{2}.\arctan x - \frac{x}{2} + \frac{\arctan x}{2} + c$

Çözüm: $\arctan x = u \Rightarrow du = \frac{dx}{1+x^2}$

$x.dx = dv \Rightarrow \frac{x^2}{2} = v$

$\int x.\arctan x dx = \frac{x^2}{2}.\arctan x - \int \frac{x^2}{2}.\frac{dx}{1+x^2}$

$= \frac{x^2}{2}.\arctan x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2.dx}{1+x^2}$

$= \frac{x^2}{2}.\arctan x - \frac{1}{2}\left[\int\left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right)dx\right]$

$= \frac{x^2}{2}.\arctan x - \frac{1}{2}(x - \arctan x) + c$

$= \frac{x^2}{2}.\arctan x - \frac{x}{2} + \frac{\arctan x}{2} + c$

CEVAP:

Örnek: $\int e^x.e^{\ln x}dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $e^x.(x + 1) + c$ B) $e^x(x - 1) + c$

C) $e^x.\ln x + c$ D) $e^x.x + c$

E) $e^x + c$

Çözüm: $\int e^x . e^{\ln x} dx = \int e^x . x\, dx$

$x = u \Rightarrow dx = du$

$e^x dx = dv \Rightarrow e^x = v$

$\int e^x . x\, dx = x.e^x - \int e^x . dx$

$= x.e^x - e^x + c$

$= e^x.(x-1) + c$

CEVAP: B

NOT:

$\int h(x).p(x)dx$ integralinde h(x) veya p(x) çarpanlarından birinin n. kez türevi sıfır oluyorsa;

Türev	**İntegral**
(+) h(x)	p(x)
(–) h´(x)	$\int p(x) = g(x)$
0	$\int g(x) = m(x)$

$\int h(x).p(x)dx = h(x).g(x) - h'(x).m(x) + c$

Örnek: $\int (x^2+x-3).e^x dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $e^x.(x^2+x+4)+c$ B) $e^x.(x^2+x+1)+c$

C) $e^x.(x^2+1)+c$ D) $e^x.(x^2-x-2)+c$

E) $e^x.(x^2+x)+c$

Çözüm:

Türev	**İntegral**
(+) x^2+x-3	e^x
(–) $2x+1$	e^x
(+) 2	e^x
0	e^x

$\int (x^2+x-3)e^x dx = (x^2+x-3).e^x - (2x+1)e^x + 2e^x + c$

$= e^x.(x^2+x-3-2x-1+2)+c$

$= e^x(x^2-x-2)+c$

CEVAP: D

3. Rasyonel İfadelerin İntegrali:

- der(pay) ≥ der(payda) ise polinom bölmesi yapılarak sonuç bulunur.
- der (pay) < der(payda) ise,

$$\frac{K(x)}{(x-k)(x-m)} = \frac{A}{x-k} + \frac{B}{x-m}$$

$$\frac{K(x)}{(x-k)^n} = \frac{A}{x-k} + \frac{B}{(x-k)^2} + \frac{C}{(x-k)^3} + \ldots$$

$$\frac{K(x)}{(x^2+a)^n} = \frac{Ax+B}{x^2+a} + \frac{(x+1)}{(x^2+a)^2} + \ldots$$

Örnek: $\int \frac{4}{x^2-4} dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{4}.\ln|x^2-4|+c$ B) $\ln|x^2-4|+c$

C) $4.\ln|x^2-4|+c$ D) $\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$

E) $\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$

Çözüm: $\frac{1}{x^2-4} = \frac{K}{x-2} + \frac{M}{x+2}$

$1 = K(x+2) + M.(x-2)$

$x = 2$ için $1 = 4K \Rightarrow K = \frac{1}{4}$ olur.

$x = -2$ için $1 = -4M \Rightarrow M = -\frac{1}{4}$ olur.

$\int \frac{4}{x^2-4}dx = 4\int\left(\frac{1}{4}.\frac{1}{x-2} - \frac{1}{4}.\frac{1}{x+2}\right)dx$

$= 4.\frac{1}{4}\left[\int\frac{dx}{x-2} - \int\frac{dx}{x+2}\right]$

$= \ln|x-2| - \ln|x+2| + c$

$= \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + c$ olur.

CEVAP: E

Örnek: $\int \frac{x^2+x}{x+2} dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + 2.\ln|x+2| + c$ B) $\frac{x^2}{2} - x + 2\ln|x+2| + c$

C) $x^2 + \ln|x+2| + c$ D) $\frac{x^2}{2} + x - 2.\ln|x+2| + c$

E) $\ln|x+2| + c$

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} x^2 + x & x+2 \\ \hline -x^2 \mp 2x & x-1 \\ -x & \\ \pm x \pm 2 & \\ 2 & \end{array}$$

$\Rightarrow \frac{x^2+x}{x+2} = x - 1 + \frac{2}{x+2}$

$\int \frac{x^2+x}{x+2}dx = \int\left(x - 1 + \frac{2}{x+2}\right)dx$

$= \frac{x^2}{2} - x + 2.\ln|x+2| + c$

CEVAP: B

Örnek: $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\cot x - 2x + c$ B) $\cot x - 2x + c$

C) $\cot x + x + c$ D) $\cot x + 2x + c$

E) $\cot x - x + c$

Çözüm: $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ dir.

$\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x}dx = \int\left(\frac{1 - 2\sin^2 x}{\sin^2 x}\right)dx$

$= \int \frac{dx}{\sin^2 x} - \int 2dx$

$= -\cot x - 2x + c$

CEVAP: A

4. Köklü Fonksiyonların İntegrali

$\sqrt{a^2 - x^2}$ için $x = a.\sin u$ ya da $x = a.\cos u$

$\sqrt{a^2 + x^2}$ için $x = a.\tan u$

$\sqrt{x^2 - a^2}$ için $x = a.\sec u$ dönüşümü yapılır.

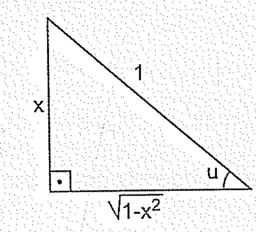
Örnek: $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\arcsin x + 2x + c$ B) $2x\sqrt{1-x^2} + c$

C) $\arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c$ D) $\frac{\arcsin x}{2} + c$

E) $\frac{\arcsin x}{2} + 2x\sqrt{1-x^2} + c$

Çözüm: $x = \sin u \Rightarrow u = \arcsin x$ olur.



$x = \sin u \Rightarrow dx = du.\cos u$

$\sqrt{1-x^2} = \cos u$

$\int \sqrt{1-x^2}dx = \int \cos^2 u.du = \int \frac{1+\cos 2u}{2}du$

$= \frac{u}{2} + \frac{\sin 2u}{4} + c$

$= \frac{\arcsin x}{2} + 2.\sin u.\cos u + c$

$= \frac{\arcsin x}{2} + 2.x.\sqrt{1-x^2} + c$

CEVAP: E

Örnek: $\int \sqrt{4+x^2}\, dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4.\left[\ln\left|\sec\left(\arctan\frac{x}{2}\right) + \frac{x}{2}\right| + \frac{1}{\arctan\frac{x}{2}}\right] + c$

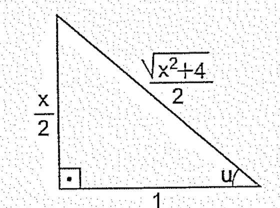
B) $4.\ln\left|\sec\left(\arctan\frac{x}{2}\right)\right| + c$

C) $\frac{\sqrt{4+x^2}}{4} + c$

D) $4\sqrt{4+x^2} + c$

E) $4.\ln\left(\arctan\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{\arctan\frac{x}{2}}$

Çözüm: $x = 2.\tan u \Rightarrow dx = 2.(1 + \tan^2 u)du$



$\frac{x}{2} = \tan u$ olur.

$\cos u = \frac{2}{\sqrt{x^2+4}}$ olur.

$\sqrt{x^2+4} = \frac{2}{\cos u}$ olur.

$\int \sqrt{4+x^2}dx = \int \frac{2}{\cos u}.2.(1+\tan^2 u)du$

$= 4\left[\int \frac{1}{\cos u}du + \int \frac{\tan^2 u}{\cos u}du\right]$

$= 4.\left[\ln|\sec u + \tan u| + \int \frac{\sin u}{\cos^2 u}du\right]$

$\int \frac{\sin u}{\cos^2 u}du$ integralinde $\cos u = t$ olsun.

$-\sin u\, du = dt$ olur.

$\int -\frac{dt}{t^2} = -\int t^{-2}dt = -\frac{t^{-1}}{-1} + c = \frac{1}{t} + c$

$= \frac{1}{\cos u} + c$ olur.

$\int \sqrt{4+x^2}dx = 4.\left[\ln|\sec u + \tan u| + \frac{1}{\cos u}\right] + c$

$x = 2.\tan u \Rightarrow \frac{x}{2} = \tan u \Rightarrow u = \arctan\frac{x}{2}$ olur.

$\int \sqrt{4+x^2}dx = 4.\left[\ln\left|\sec\left(\arctan\frac{x}{2}\right) + \frac{x}{2}\right| + \frac{1}{\arctan\frac{x}{2}}\right] + c$

CEVAP: A

BELİRLİ İNTEGRAL

❁) $F(x)=\int_{k}^{h(x)} f(t)dt \Rightarrow F'(x)=h'(x).f(h(x))$

❁) $F(x)=\int_{g(x)}^{k} f(t)dt \Rightarrow F'(x)=-g'(x).f(g(x))$

❁) $F(x)=\int_{g(x)}^{h(x)} f(t)dt$

$F'(x)=h'(x).f(h(x))-g'(x).f(g(x))$

Örnek: $F(x)=\int_{3}^{2x} e^{t}dt$ **ise $F'(3)$ kaçtır?**

A) $2.e^3$ B) $2.e^4$ C) $2.e^6$ D) $2.e^8$ E) $2.e^{10}$

Çözüm:

$F'(x) = (2x)' \,.\, e^{2x} = 2.e^{2x}$ olur.

$x = 3$ için $F'(3) = 2.e^{2.3} = 2.e^6$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $\frac{d}{dx}\left[\int_{\sin x}^{\cos x} e^{t}\,dt\right]$ **ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $e^{\sin x} + e^{\cos x} + c$

B) $\cos x.e^{\cos x} + c$

C) $\sin x.e^{\sin x} + c$

D) $-\sin x.e^{\cos x} - \cos x.e^{\sin x} + c$

E) $\sin x.e^{\cos x} + \cos x.e^{\sin x} + c$

Çözüm: $\frac{d}{dx}\left[\int_{\sin x}^{\cos x} e^{t}\,dt\right]=-\sin x.e^{\cos x}-\cos x e^{\sin x}-c$

CEVAP: D

Özellikleri:

1. $\int_a^b[f(x)\mp g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx \mp \int_a^b g(x)dx$
2. $\int_a^b[k.f(x)]dx=k.\int_a^b f(x)dx$
3. $\int_a^a f(x)dx=0$
4. $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$
5. $a<c<b$ olmak üzere,
   $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$
6. $f(x)$ fonksiyonu, sürekli ve çift ise
   $\int_{-a}^{a} f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx$
7. $f(x)$ fonksiyonu, sürekli ve tek ise,
   $\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$

Örnek: $\int_{e^2}^{e^3}\frac{dx}{x}$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $\int_{e^2}^{e^3}\frac{dx}{x}=\ln x\Big|_{e^2}^{e^3}=\ln e^3-\ln e^2$

$=3-2=1$

CEVAP: A

Örnek: $\int_2^5\frac{d(x^2+1)}{x^2+1}$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) ln25 B) ln5 C) $\ln\frac{26}{5}$ D) $\ln\frac{27}{5}$ E) ln6

Çözüm: $\int_2^5\frac{d(x^2+1)}{x^2+1}=\int_2^5\frac{2xdx}{x^2+1}$ olur.

$x^2+1=u \Rightarrow 2xdx=du$ olur.

$\int\frac{2xdx}{x^2+1}=\int\frac{du}{u}=\ln u+c$ olur.

$\int_2^5\frac{2xdx}{x^2+1}=\ln|x^2+1|\Big|_2^5=\ln|26|-\ln|5|$

$=\ln\left|\frac{26}{5}\right|=\ln\frac{26}{5}$

CEVAP: C

Örnek: $f(x)=\begin{cases}3x, & x<0\\ 2x+2, & x\geq 0\end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-1}^{1}f(x)dx$ **kaçtır?**

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

Çözüm:

$\int_{-1}^{1}f(x)dx=\int_{-1}^{0}3xdx+\int_0^1(2x+2)dx$

$=\frac{3x^2}{2}\Big|_{-1}^{0}+\left(x^2+2x\right)\Big|_0^1$

$=0-\frac{3}{2}+1+2=\frac{3}{2}$ olur.

CEVAP: B

İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLERİ

İntegral hesaplarını kolaylaştırmak için değişken değişimi yapılarak ifade basitleştirilir. Sınırlı integrallerde alt ve üst sınırların değerleri yeni ifadeye göre düzenlenir.

Örnek: $\int_1^2(x^2+2)^2 2x\,dx$ integralinde $t = x^2 + 2$ dönüşümü yapılırsa, **aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

A) $\int_1^6 t^2\,dt$ B) $\int_3^6 t^2\,dt$ C) $\int_0^1 t^2\,dt$

D) $\int_1^2 t^2\,dt$ E $\int_3^6 t\,dt$

Çözüm: $t = x^2 + 2 \Rightarrow dt = 2xdx$ olur.

$x = 2$ için $t = 2^2 + 2 = 6$ olur.

$x = 1$ için $t = 1^2 + 2 = 3$ olur.

$\int_1^2(x^2+2)^2.2x\,dx=\int_3^6 t^2.dt$ olur.

CEVAP: B

Örnek: $\int_{\ln 6}^{\ln 8}e^{4x}\,dx$ integralinde $m = e^x$ dönüşümü yapılırsa, **aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

A) $\int_6^8 m.dm$ B) $\int_4^6 m.dm$ C) $\int_6^8 m^3.dm$

D) $\int_6^8 m^4.dm$ E) $\int_3^4 m^2.dm$

Çözüm:

$m=e^x \Rightarrow dm=e^x.dx \Rightarrow dx=\frac{dm}{m}$

$e^x=m \Rightarrow e^{4x}=m^4$ olur.

$x=\ln 6$ için $m=e^{\ln 6}=6$ olur.

$x=\ln 8$ için $m=e^{\ln 8}=8$ olur.

$\int_{\ln 6}^{\ln 8}e^{4x}dx=\int_6^8 m^4.\frac{dm}{m}=\int_6^8 m^3.dm$

CEVAP: C

MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN İNTEGRALİ

$h(x) = |f(x)|$ olsun.

$f(x) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

($x_1 < x_2$)

	a		x_1		x_2		b
|f(x)|		f(x)	⊕	−f(x)	⊕	f(x)	

$\int_a^b|f(x)|dx=\int_a^{x_1}f(x)dx+\int_{x_1}^{x_2}-f(x)dx+\int_{x_2}^{b}f(x)dx$

Örnek: $\int_0^4|x^2-4|\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm: $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ veya $x = -2$

	−2		0		2		4
|x²−4|		x²−4	⊕	−x²+4	⊕	x²−4	

$\int_0^4|x^2-4|dx=\int_0^2(-x^2+4)dx+\int_2^4(x^2-4)dx$

$=\left(-\frac{x^3}{3}+4x\right)\Big|_0^2+\left(\frac{x^3}{3}-4x\right)\Big|_2^4$

$=-\frac{8}{3}+\cancel{8}+\frac{64}{3}-\cancel{16}-\frac{8}{3}+\cancel{8}$

$=\frac{48}{3}=16$ olur.

CEVAP: C

Örnek: $\int_0^{\pi}|\cos x|\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm: $0<x<\frac{\pi}{2}\Rightarrow \cos x>0$

$\frac{\pi}{2}<x<\pi\Rightarrow \cos x<0$

$\int_0^{\pi}|\cos x|\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}-\cos x dx$

$=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\sin x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$

$=\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0-\sin\pi+\sin\frac{\pi}{2}$

$=1-0-0+1=2$ olur.

CEVAP: D

İŞARET FONKSİYONUNUN İNTEGRALİ

İşaret fonksiyonunun içini sıfır yapan değerler bulunur. Çözüm tablosu oluşturularak integral parçalanır, sonuç hesaplanır.

Örnek: $\int_{-2}^{2}\mathrm{sgn}(x-1)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ olur.

	−2		1		2
sgn(x-1)		−1	⊕	+1	

$\int_{-2}^{2}\mathrm{sgn}(x-1)dx=\int_{-2}^{1}-dx+\int_1^2 dx$

$=-x\Big|_{-2}^{1}+x\Big|_1^2$

$=-1-2+2-1=-2$

CEVAP: A

Örnek: $\int_{-4}^{1}\mathrm{sgn}(x^2-9)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) −4 B) −3 C) −2 D) −1 E) 0

Çözüm: $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3$ veya $x = -3$ olur.

	-4		-3		1	3	
sgn(x²-9)		+1	⊕	-1		⊕	+1

$\int_{-4}^{1}\mathrm{sgn}(x^2-9)dx=\int_{-4}^{-3}dx+\int_{-3}^{1}-dx$

$=x\Big|_{-4}^{-3}-x\Big|_{-3}^{1}$

$=-3+4-1-3=-3$

CEVAP: B

TAM DEĞER FONKSİYONUN İNTEGRALİ

Tam değer fonksiyonun aralık boyu bulunur. Sınır değerleri belirlenerek integralin sonucu bulunur.

Örnek: $\int_0^3 [[x]]dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: $[[ax + b]]$ nin aralık boyu $\frac{1}{|a|}$ **dır.**

$[[x]]$ nin aralık boyu $\frac{1}{1} = 1$ dir.

$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = [[x]] = 0$ olur.

$1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = [[x]] = 1$ olur.

$2 \leq x < 3 \Rightarrow f(x) = [[x] = 2$ olur.

$$\int_0^3 [[x]]dx = \int_0^1 0\,dx + \int_1^2 dx + \int_2^3 2dx$$
$$= 0 + x\Big|_1^2 + 2x\Big|_2^3$$
$$= 0 + 2 - 1 + 6 - 4 = 3 \text{ olur.}$$

CEVAP: B

Örnek: $\int_1^2 [[2x+3]]dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) 7

Çözüm: $[[2x + 3]]$ nin aralık boyu $\frac{1}{2}$ dir.

$1 \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = [[2x+3]] = 5$ olur.

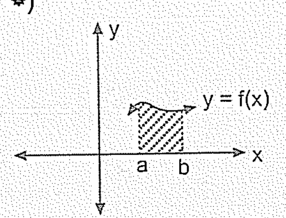
$\frac{3}{2} \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = [[2x+3]] = 6$ olur.

$$\int_1^2 [[2x+3]]dx = \int_1^{\frac{3}{2}} 5dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 6dx = 5x\Big|_1^{\frac{3}{2}} + 6x\Big|_{\frac{3}{2}}^2$$
$$= \frac{15}{2} - 5 + 12 - 9$$
$$= \frac{11}{2} \text{ olur.}$$

CEVAP: B

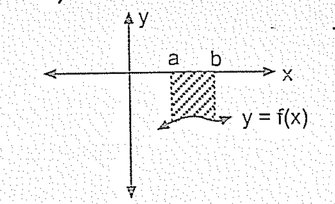
İNTEGRALLE ALAN HESABI

❁)



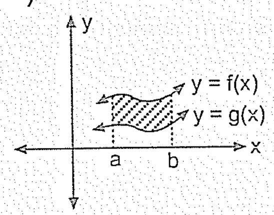
Taralı Alan: $\int_a^b f(x)dx$

❁)



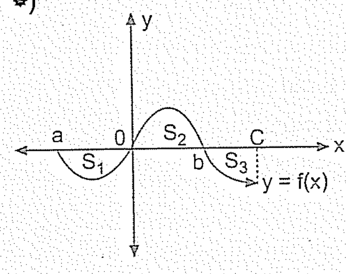
Taralı Alan: $-\int_a^b f(x)dx$

❁)



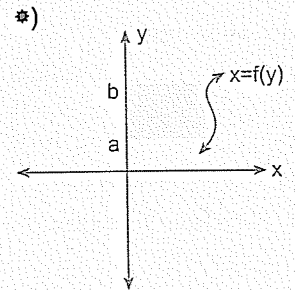
Taralı Alan: $\int_a^b (f(x) - g(x))dx$

❁)



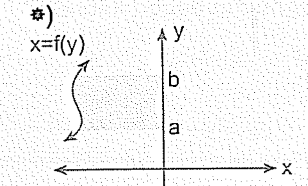
$\int_a^c f(x)dx = -S_1 + S_2 - S_3$

❁)



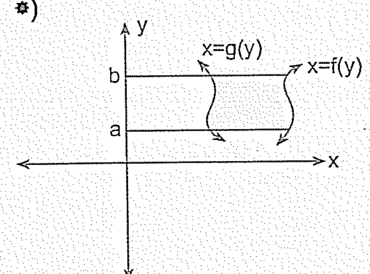
Taralı Alan: $\int_a^b f(y)dy$

❁)



Taralı Alan: $-\int_a^b f(y)dy$

❁)

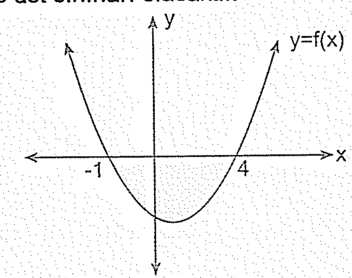


Taralı Alan: $\int_a^b (f(y) - g(y))dy$

Örnek: $y = x^2 - 3x - 4$ **parabolü ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) $\frac{125}{6}$ B) 24 C) $\frac{149}{6}$ D) 27 E) 30

Çözüm: Parabolün x eksenini kestiği noktalar integralin alt ve üst sınırları olacaktır.



Taralı bölge x ekseninin altında olduğundan integralin önünde (–) işareti konularak sonuç (+) yapılır.

$$\text{Taralı Alan} = -\int_{-1}^4 (x^2 - 3x - 4)dx$$
$$= -\left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x\right)\Big|_{-1}^4$$
$$= -\frac{64}{3} + \frac{3.16}{2} + 16 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 4$$
$$= 44 - \frac{139}{6} = \frac{125}{6} \text{ br}^2$$

CEVAP: A

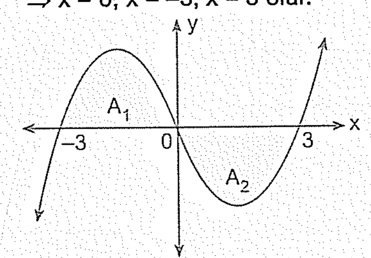
Örnek: $f(x) = x^3 - 9x$ **eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) 27 B) 36 C) 40,5 D) 81 E) 96

Çözüm: Eğrinin x eksenini kestiği noktalar integrallerin alt ve üst sınırları olacaktır.

$x^3 - 9x = 0 \Rightarrow x.(x^2 - 9) = 0$

$\Rightarrow x = 0,\ x = -3,\ x = 3$ olur.

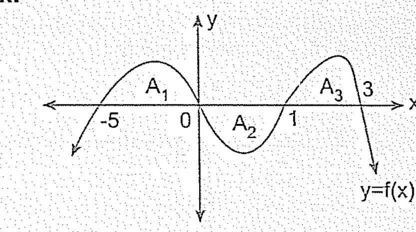


$$A_1 = \int_{-3}^0 (x^3 - 9x)dx = \frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2}\Big|_{-3}^0$$
$$= -\frac{81}{4} + \frac{81}{2} = \frac{81}{4} \text{ br}^2$$

A_1 ve A_2 bölgelerinin alanları birbirine eşit olacağından taralı alanlar toplamı $\frac{81}{4} + \frac{81}{4} = 40,5$ br² olur.

CEVAP: C

Örnek:



y = f(x) fonksiyonun grafiği verilmiştir.

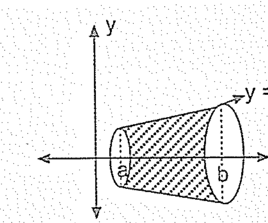
$A_1 = 6$ ve $A_2 = A_3$ olduğuna göre, $\int_{-5}^3 f(x)dx$ **kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Çözüm: $\int_{-5}^3 f(x)dx = \int_{-5}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$
$$= A_1 - A_2 + A_3$$
$$= 6 - A_2 + A_2$$
$$= 6 \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

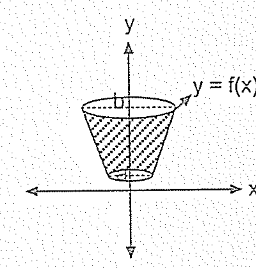
CEVAP: D

İNTEGRALLE HACİM HESAPLARI



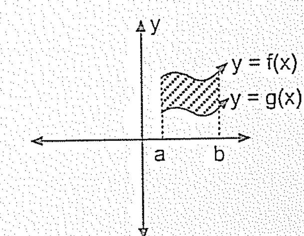
y = f(x) fonksiyonunun x = a ve x = b doğruları ve x ekseni ile sınırlanan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi;

$$V_x = \pi\int_a^b (f(x))^2 dx$$



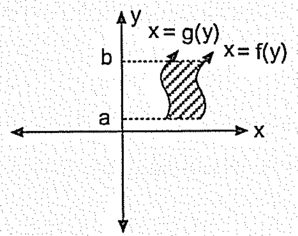
y = f(x) fonksiyonunun y = a ve y = b doğruları ile y ekseni ile sınırlanan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi;

$$V_y = \pi\int_a^b (f(y))^2 dy$$



f(x) ve g(x) fonksiyonları arasında olan x = a ve x = b doğruları ile sınırlı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi;

$V = \pi \int_a^b [f(x)^2 - g(x)^2] dx$



f(y) ve g(y) fonksiyonları arasında olan y = a ve y = b doğruları ile sınırlı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi;

$V = \pi \int [f(y)^2 - g(y)^2] dy$

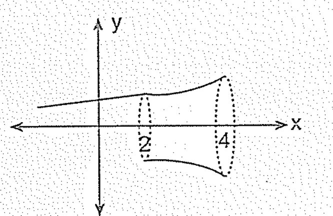
Örnek: y= e^x eğrisi x = 2, x = 4 doğrusu ve x ekseni arasında bölgesi x ekseni etrafında **360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç br³ tür?**

A) $\frac{\pi}{2}(e^4-1)$ B) $\frac{\pi}{2}(e^8-1)$

C) $\frac{\pi}{2}(e^8-e^4)$ D) $\frac{\pi}{2}(e^8+1)$

E) $\frac{\pi}{2}(e^4+1)$

Çözüm:



Taralı Bölgenin hacmi;

$$\pi.\int_2^4 (e^x)^2 dx = \pi.\int_2^4 e^{2x} dx = \pi.\frac{e^{2x}}{2}\Big|_2^4$$

$$= \pi\left(\frac{e^8}{2} - \frac{e^4}{2}\right) = \frac{\pi}{2}(e^8 - e^4)$$

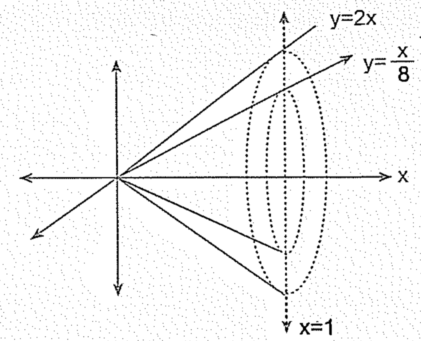
CEVAP: C

Örnek: y = 2x, $y = \frac{x}{8}$ ve x = 1 doğruları arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında **360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç br³ tür?**

A) $\frac{255\pi}{252}$ B) $\frac{250\pi}{251}$ C) 2π

D) π E) $\frac{\pi}{2}$

Çözüm:



Taralı Bölgenin Hacmi;

$$\pi.\int_0^1 \left[(2x)^2 - \left(\frac{x}{8}\right)^2\right] dx = \pi\int_0^1 \frac{255x^2}{64} dx$$

$$= \frac{255\pi}{64} \cdot \frac{x^3}{3}\Big|_0^1$$

$$= \frac{255\pi}{252} \text{ br}^3$$

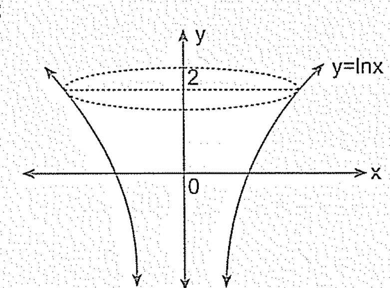
CEVAP: A

Örnek: y = lnx, y = 0 ve y = 2 doğruları arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında **360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç br³ tür?**

A) $\frac{\pi}{2}(e^2-1)$ B) $\frac{\pi}{2}(e^4+1)$ C) $\frac{\pi}{2}(e^4-1)$

D) $\frac{\pi}{2}(e^2+4)$ E) $\frac{\pi}{2}(e+1)$

Çözüm:



Taralı Bölgenin Hacmi;

$$\pi\int_0^2 (e^y)^2 dy = \pi.\frac{e^{2y}}{2}\Big|_0^2$$

$$= \pi\left(\frac{e^4}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}(e^4 - 1) \text{ br}^3$$

CEVAP: C

BÖLÜM 13
MATRİS

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{mxn}$$

m: satır sayısı
n: sütun sayısı

Satır Matrisi: $A = [k_{1j}]_{1xm}$ biçimindeki matrislere denir.

$A = [k_{11}\ k_{12}\ \dots\ k_{1m}]_{1xm}$

Sütun Matrisi: $A = [k_{i1}]_{nx1}$ biçimindeki matrislere denir.

$$A = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ \vdots \\ k_{n1} \end{bmatrix}_{nx1}$$

MATRİSLERİN EŞİTLİĞİ

Her i, j için $a_{ij} = b_{ij}$ oluyorsa matrisler biribirine eşittir.

Örnek:

$M = \begin{bmatrix} 2x+y & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve $N = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2x-y \end{bmatrix}_{2x2}$

matrisleri veriliyor.

M = N olduğuna göre, **x+y toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

İki matris birbirine eşit olduğuna göre, 2x+y = 5 ve 2x-y = 3 olur.

$2x + y = 5$
$+\ \ 2x - y = 3$
$4x = 8 \Rightarrow x = 2$ olur.

$2x + y = 5 \Rightarrow 2.2 + y = 5 \Rightarrow y = 1$ olur.

Bu durumda, x + y = 3 bulunur.

CEVAP: C

MATRİS TÜRLERİ

KARE MATRİS

Satır ve sütun sayıları eşit olan matrislere denir.

BİRİM MATRİS

Birinci köşegen üzerindeki elemanları 1 olan diğer elemanları 0 olan matrislere denir. "I" harfi ile gösterilir.

$I_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

NOT: Birim matrisin bütün kuvvetleri kendisine eşittir.

SIFIR MATRİS

Bütün elemanları sıfır olan matrislere denir.

SİMETRİK MATRİS

Bir kare matrisin birinci köşegene göre tüm simetrik elemanları birbirine eşit ise matris simetrik olur.

Örneğin:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}_{3x3}$

→birinci köşegen

DİYOGONAL (KÖŞEGEN) MATRİS

Bir kare matriste birinci köşegen üzerindeki elemanlar dışında diğer bütün elemanları sıfır olan matrislere denir.

Örneğin:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{3x3}$

→birinci köşegen

TERS SİMETRİK MATRİS

Bir kare matriste birinci köşegen üzerindeki tüm elemanları sıfırdan farklı olan matrislere denir.

Örneğin:

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}_{3x3}$

→birinci köşegen

SKALER MATRİS

Bir köşegen matrisin birinci köşegen üzerindeki tüm elemanları aynı ise bu matrise skaler matris denir.

Örneğin:

$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{3x3}$

→birinci köşegen

MATRİS İŞLEMLERİ

1) MATRİSLERDE TOPLAMA - ÇIKARMA İŞLEMİ

Boyutları aynı olan $A = [a_{ij}]_{mxn}$ ve $B = [b_{ij}]_{mxn}$ matrislerinin aynı satır ve sütunundaki elemanlar toplanır veya çıkarılarak bulunan sonuç, sonuç matrisinin aynı satır ve sütununa yazılır.

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}_{2x3}$ ve $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{2x3}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **A + B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix} 5 & 7 & -1 \\ 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 7 \\ 6 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 4 & 6 & 5 \\ -1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & -1 & 7 \end{bmatrix}$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 & 2+3 & 3+4 \\ 4+0 & 5+1 & 3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

CEVAP: D

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{3x2}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{3x2}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **A - B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-(-1) & 2-1 \\ 0-0 & 1-1 \\ 1-1 & 3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

CEVAP: B

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}_{2x2}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve $C = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2x2}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **A + B - C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+3-(-1) & 2+1-(-2) \\ -1+0-3 & 4+(-1)-4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$$

CEVAP: E

NOT: Bir A matrisinin toplamaya göre -A matrisidir. A matrisinin her elemanının işareti değiştirilerek A nın toplama işlemine göre tersi bulunur.

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} x-1 & 3 \\ 4 & y+1 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & m-2 \\ n+1 & 4 \end{bmatrix}_{2x2}$

matrisleri veriliyor.

A nın toplamaya göre tersi B matrisi olduğuna göre, **x + y + m + n toplamı kaçtır?**

A) -7 B) -8 C) -9 D) -10 E) -11

Çözüm:

A nın her elemanının ters işaretini alarak B matrisine eşitleyelim.

$$\begin{bmatrix} -x+1 & -3 \\ -4 & -y-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & m-2 \\ n+1 & 4 \end{bmatrix}$$

Matris eşitliğinden;

$-x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0$ olur.

$m - 2 = -3 \Rightarrow m = -1$ olur.

$n + 1 = -4 \Rightarrow n = -5$ olur.

$-y - 1 = 4 \Rightarrow y = -5$ olur.

Bu durumda, $x + y + m + n = -11$ bulunur.

CEVAP: E

NOT: Bir kare matris bir reel k sayısı ile toplanmak istenirse, sayı kare matris mertebesinde skaler matris türünden yazılır ve iki matris toplanır.

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve k = 3 olduğuna göre, **A + 3I toplamı aşağıdaki matrislerden hangisi olur?**

A) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

Çözüm:

3 sayısını skaler matris türünden yazalım.

$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ elde edilir.

$$A + 3I = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

CEVAP: C

2) MATRİSİN BİR SKALERLE ÇARPIMI

Bir matris bir skalerle çarpılırken matrisin satır ve sütunanda bulunan bütün elemanlar bu skalerle çarpılır.

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{2x2}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **2A + 3B matrisi aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $\begin{bmatrix} 14 & 9 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 14 & 10 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 14 & 9 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 14 & 10 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 9 & 14 \end{bmatrix}$

Çözüm:

$$2.A = 2.\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3.B = 3.\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2A + 3B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+12 & 4+6 \\ 6+3 & 0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 10 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$

CEVAP: D

3) MATRİSLERDE ÇARPMA İŞLEMİ

İki matrisinin çarpılabilmesi için ilk matrisin sütun sayısı, ikinci matrisin satır sayısına eşit olmalıdır. Çarpma işleminde birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunu çarpılarak toplanır. Bulunan toplam sonuç, matrisinin n.satır m. sütununa yazılır.

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}_{2x3}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{3x2}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **A.B çarpım matrisi aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 4 & 13 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 7 & 13 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 13 & 13 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$

Çözüm:

A nın satır sayısı 2, B matrisinin sütun sayısı 2 olacağından A.B matrisi 2x2 mertebesinde bir matris olacaktır.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1+1.2+1.0 & 2.2+1.3+1.1 \\ 1.1+3.2+2.0 & 1.2+3.3+2.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}_{2x2}$$

CEVAP: A

ÖZELLİKLERİ

1) $A.B \neq B.A$ (Değişme özelliği yoktur.)

Bazı özel durumlar için eşitlik sağlanır.

$A.I = I.A$

$A^m . A^n = A^{m+n}$

$A^{-1}.A = A.A^{-1}$

2) $A.(B.C) = (A.B).C$

3) $A.(B + C) = A.B + A.C$

$(B + C).A = B.A + C.A$

4) A.B = 0 ise A = 0 veya B = 0 olması gerekmez.

5) $A.I = I.A = A$

6) A.B = B ise A = I olması gerekmez.

Örnek:

$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 3\end{bmatrix}_{2x2}$, $B=\begin{bmatrix}4 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}_{2x2}$ ve $C=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 4 & 1\end{bmatrix}_{2x2}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **A.C + B.C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix}20 & 8\\ 10 & 5\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}20 & 8\\ 5 & 10\end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix}8 & 10\\ 20 & 5\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}20 & 5\\ 8 & 10\end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix}8 & 20\\ 10 & 5\end{bmatrix}$

Çözüm:

A.C + B.C = (A+B).C olur.

Önce A+B matrisini bulalım.

$$A+B=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 0 & 5\end{bmatrix}$$

$$(A+B).C=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 0 & 5\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}0 & 2\\ 4 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4.0+2.4 & 4.2+2.1\\ 0.0+5.4 & 0.2+5.1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}8 & 10\\ 20 & 5\end{bmatrix}$$

CEVAP: C

BİR MATRİSİN DEVRİĞİ (TRANSPOZESİ)

Bir matrisin satır ve sütunun yerlerinin değiştirilmesi sonucu matrisin devriği elde edilir.

ÖZELLİKLERİ:

1) $(A^t)^t = A$

2) $(k.A)^t = k.A^t$

3) $(A+B)^t = A^t + B^t$

4) $(A.B)^t = B^t.A^t$

5) A kare matris ise

$A = A^t \Rightarrow$ A matrisi simetrik matris

$A = -A^t \Rightarrow$ A matrisi ters simetrik matris

$A^t = A^{-1} \Rightarrow$ A matrisi ortogonol matris

Örnek:

$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\\ 0 & 0\end{bmatrix}_{3x2}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **A^t matrisi aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $\begin{bmatrix}0 & 4 & 2\\ 0 & 5 & 3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}5 & 3 & 0\\ 4 & 2 & 0\end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix}2 & 4 & 0\\ 3 & 5 & 0\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}2 & 5 & 0\\ 2 & 4 & 0\end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix}4 & 2 & 0\\ 5 & 3 & 0\end{bmatrix}$

Çözüm:

A matrisinin satırlarını sütuna çevirelim.

$$A^t=\begin{bmatrix}2 & 4 & 0\\ 3 & 5 & 0\end{bmatrix}_{2x3}$$

CEVAP: C

BİR KARE MATRİSİN KUVVETLERİ

A matrisi k x k türünden bir kare matris olsun.

$A^1 = A$

$A^2 = A.A$

$A^3 = A.A^2$

.

.

$A^n = A.A^{n-1}$ olur.

Örnek:

$K=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **K^{200} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\begin{bmatrix}3^{10} & 0\\ 0 & 3^{10}\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}3^{50} & 0\\ 0 & 3^{50}\end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix}3^{100} & 0\\ 0 & 3^{100}\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}3^{150} & 0\\ 0 & 3^{150}\end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix}3^{200} & 0\\ 0 & 3^{200}\end{bmatrix}$

Çözüm:

$$K=K.K=K^2=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(-1)(-1)+1.2 & (-1).1+1.1\\ 2.(-1)+1.2 & 2.1+1.1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}=3.\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=3I$$

$$K^{200}=(K^2)^{100}=3^{100}.I^{100}=3^{100}.I$$

$$=\begin{bmatrix}3^{100} & 0\\ 0 & 3^{100}\end{bmatrix}$$

CEVAP: C

Örnek:

$M=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}_{2x2}$ matrisi veriliyor.

$f(x) = x^2 + 2x$ olduğuna göre, **f(M) matrisi aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $\begin{bmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}9 & 6\\ 6 & 9\end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix}12 & 6\\ 6 & 12\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}8 & 6\\ 6 & 8\end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix}10 & 12\\ 12 & 10\end{bmatrix}$

Çözüm:

$f(M) = M^2 + 2M$ olur.

$$M^2=M.M=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2.2+1.1 & 2.1+1.2\\ 1.2+2.1 & 1.1+2.2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 4 & 5\end{bmatrix}_{2x2}$$

$$2.M=2.\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}$$

$$f(M)=M^2+2M=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}5+4 & 4+2\\ 4+2 & 5+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9 & 6\\ 6 & 9\end{bmatrix}$$

CEVAP: B

BÖLÜM 14
DETERMİNANT

Bir A matrisinin determinantı detA veya |A| ile gösterilir.

✻) $A = [a]_{1x1} \Rightarrow detA = a$

✻) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow detA = a.d - b.c$

✻) $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3x3}$

$\Rightarrow detA = (a_{11}.a_{22}.a_{33} + a_{21}.a_{32}.a_{13} + a_{31}.a_{12}.a_{23}) - (a_{31}.a_{22}.a_{13} + a_{11}.a_{32}.a_{23} + a_{21}.a_{12}.a_{33})$

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}_{2x2}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **detA kaçtır?**

A) -12 B) -10 C) 0 D) 10 E) 12

Çözüm:

detA = 2.1 - 3.4 = 2-12 = -10

CEVAP: B

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **detA kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

detA = (1.4.1 + 1.2.1 + 3.2.3) - (3.4.1 + 1.2.3 + 1.2.1)
= 4 + 2 + 18 - (12 + 6 + 2)
= 24 - 20 = 4 olur.

CEVAP: C

MİNÖR - KOFAKTÖR

Minör: Bir kare matriste i. satır ile j. sütun çıkarılarak elde edilen alt matrisin determinantına aij elemanının minörü veya alt determinatı denir ve m_{ij} ile gösterilir.

Kofaktör: Bir kare matrisle a_{ij} elemanının minörü m_{ij} olsun.

aij elemanının kofaktörü: $(-1)^{i+j}.m_{ij}$

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3x3}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **a_{22} elemanının minörü kaçtır?**

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm:

A matrisinin 2.satır ve 2.sütunu yokmuş gibi düşünürsek;

$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \det M = 1.1 - 1.1 = 0$

Bulduğumuz 0, A matrisinin a_{22} elemanının minörü olur.

CEVAP: B

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}_{3x3}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **a_{32} elemanının kofaktörü kaçtır?**

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

Çözüm:

A matrisinin 3.satır ve 2.sütunu yokmuş gibi düşünürsek;

$M = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \det M = 4.1 - 0.0 = 4$

Bulduğumuz 4, A matrisinin a_{32} elemanının minörü olur.

a_{32} elemanının kofaktörü:

$(-1)^{3+2}.4 = -4$ olur.

CEVAP: A

DETERMİNANTIN ÖZELLİKLERİ:

1) Bir matrisin bir satırı veya sütunu sıfır ise determinantı sıfırdır.

2) Bir matriste herhangi iki satır veya iki sütunun elemanları eşit ise determinant sıfırdır.

3) Bir matriste herhangi iki satır veya iki sütunun elemanları orantılı ise determinant sıfırdır.

4) Bir matriste herhangi iki satır veya iki sütunun yerlerinin değiştirilmesi determinantın işaretini değiştirir.

5) Bir kare matrisin determinantı ile transpozun determantı birbirine eşittir.

6) det(A.B) = detA.detB

7) $detA^n = (detA)^n$

8) $detA^{-1} = \frac{1}{\det A}$ $(\det A \neq 0)$

9) $k \in R$ ve $A = [a_{ij}]_{nxn}$ olmak üzere,

$\det(k.A) = k^n.\det A$

10) Bir kare matrisin herhangi bir satır veya bir sütunun elemanları k ile çarpılırsa, elde edilen matrisin determinantı ilk matrisin determinantının k katıdır.

11) Bir matriste herhangi bir satırı k ile çarpıp diğer satıra ekleyince veya herhangi bir sütunu k ile çarpıp diğer sütuna ekleyince determinant değeri değişmez.

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 1 \\ 3 & 0 & 9 & 0 \end{bmatrix}_{4x4}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **detA kaçtır?**

A) -32 B) -16 C) 0 D) 8 E) 12

Çözüm:

A matrisinin 1.sütunu ile 3.sütununun elemanları orantılı olduğuna göre detA = 0 olur.

$\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$

CEVAP: C

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **det(A+B) kaçtır?**

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Çözüm:

Önce A+B matrisini bulalım.

$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 & 2+1 \\ 1+1 & 4+2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

det(A+B) = 5.6 - 2.3 = 30-6 = 24 olur.

CEVAP: C

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2x2}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, **det(A.B) kaçtır?**

A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

Çözüm:

det(A.B) = detA.detB olur.

detA = 2.6 - 5.4 = 12 - 20 = -8 olur.

detB = 3.1 - 2.1 = 3 - 2 = 1 olur.

det(A.B) = (-8).1 = -8 bulunur.

CEVAP: A

BİR MATRİSİN EK MATRİSİ (ADJOİNT MATRİS)

A kare matrisin her elemanının yerine o elemanının eş çarpanı yazılarak elde edilen matrisin transpozesine A matrisinin ek matrisi denir ve Ek(A) ile gösterilir.

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{2x2}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, **Ek(A) matrisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

Çözüm:

A matrisinin her elemanının eş çarpanını bulalım.

$a_{11} \Rightarrow (-1)^{1+1}.3 = 3$

$a_{12} \Rightarrow (-1)^{1+2}.1 = -1$

$a_{21} \Rightarrow (-1)^{2+1}.5 = -5$

$a_{22} \Rightarrow (-1)^{2+2}.4 = 4$

$Ek(A) = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}^t_{2x2} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ olur.

CEVAP: C

NOT:

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin ek matrisi

$Ek(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ matrisidir.

BİR MATRİSİN ÇARPMA İŞLEMİNE GÖRE TERSİ

$A = [a_{ij}]_{nxn}$ kare matrisi verilsin.

$A^{-1} = \frac{1}{\det A}.Ek(A)$ $(\det A \neq 0)$

ÖZELLİKLERİ:

1) $A^{-1}.A = A.A^{-1} = I$

2) $(A^{-1})^{-1} = A$

3) $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

4) $(k.A)^{-1} = \frac{1}{k}.A^{-1}$ $(k \in R)$

5) $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$

NOT:

1) Determinantı sıfıra eşit olan matrislerin tersi yoktur.

2) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A}.\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}_{2x2}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{-1} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ 2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -2 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

Çözüm:

Önce A matrisinin determinantını bulalım.

detA = 3.2 - 4.1 = 6-4 = 2 olur.

Şimdi A matrisinin ek matrisini bulalım.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow Ek(A) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{\det A}.Ek(A) = \frac{1}{2}.\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ olur.

CEVAP: D

Örnek:

Aşağıda verilen 2x2 türündeki matrislerden hangisinin tersi yoktur?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Çözüm:

Determinantı sıfır olan matrislerin tersi yoktur.

A) det = 1.2 - 4.3 = 2 - 12 = -10

B) det = 4.4 - 1.1 = 16 - 1 = 15

C) det = 4.6 - 0.0 = 24 - 0 = 24

D) det = 2.3 - 2.3 = 6 - 6 = 0

E) det = 5.2 - (-1).(1) = 10 + 1 = 11

CEVAP: D

Örnek:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}_{2x2}$ ve $B = \begin{bmatrix} x & y \\ -5 & 2 \end{bmatrix}_{2x2}$

matrisleri veriliyor.

$A = B^{-1}$ olduğuna göre, **x + y toplamı kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm:

Bir matrisin kendisi ile tersinin çarpımı birim matris olur.

$A.B = I \Rightarrow B^{-1}.B = I$ olur.

$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x & y \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2x-5 & 2y+2 \\ 5x-15 & 5y+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$2x - 5 = 1 \Rightarrow x = 3$ olur.

$5x - 15 = 0 \Rightarrow x = 3$ olur.

$2y + 2 = 0 \Rightarrow y = -1$ olur.

$5y + 6 = 1 \Rightarrow y = -1$ olur.

Bu durumda, x + y = 3 - 1 = 2 bulunur.

CEVAP: E

BÖLÜM 15
LİNEER DÖNÜŞÜMLER

Denklemleri bilinmeyen sayısına ve derecesine göre adlandırırız.

Derecesi 1 olan n bilinmeyenli (n ≥ 1) denklemlere lineer denklem denir.

Örneğin;

x + 2y = 100

x - y + z = 5

2x + 4 = 10

x + y + m + n + k = 0

denklemleri lineer denklemlerdir.

Lineer denklemlerden oluşan gruba lineer denklem sistemi denir. Lineer denklem sistemini çözmek için sistemdeki tüm denklemleri sağlayan bilinmeyenleri bulmamız gerekir.

Bir Bilinmeyenli Bir Denklemden Oluşan Sistem

a, b, c ∈ R ve a ≠ 0 olmak üzere;

ax + b = c biçimindeki lineer denklemlerdir. Bilinmeyeni bulmak için onu denklemde yalnız bırakmak yeterli olacaktır.

$ax + b = c \Rightarrow ax = c - b$

$\Rightarrow x = \frac{c-b}{a}$ olur.

İki Bilinmeyenli İki Denklemden Oluşan Sistem

m, n, a, b, k, p ∈ R olmak üzere;

mx + ny = a

bx + ky = p

biçimindeki lineer denklem sistemleridir. Bu verilen sistemin çözümü hakkında üç farklı durum söz konusudur.

I.durum:

$\frac{m}{b} = \frac{n}{k} = \frac{a}{p}$

eşitliği varsa, sistemin sonsuz sayıda çözümü vardır.

II. durum:

$\frac{m}{b} = \frac{n}{k} \neq \frac{a}{p}$

durumu varsa, sistemin çözümü yoktur.

III. durum:

$\frac{m}{b} \neq \frac{n}{k}$

durumu varsa, sistemin tek çözümü vardır.

Örnek:

2x + my = 4

4x + 6y = n

lineer denklem sisteminin çözümünün boş olması için aşağıda verilenlerden hangisi olmalıdır?

A) m = 3 ve n = 8 B) m ≠ 3 ve n = 8

C) m = 3 ve n ≠ 8 D) m ≠ 3 ve n ≠ 8

E) m ≠ 8 ve n ≠ 3

Çözüm:

Sistemin çözümü yoksa;

$\frac{2}{4} = \frac{m}{6} \neq \frac{4}{n}$ olmalıdır.

$\frac{2}{4} = \frac{m}{6} \Rightarrow m = 3$ olur.

$\frac{2}{4} \neq \frac{4}{n} \Rightarrow n \neq 8$ olur.

CEVAP: C

Gramer Kuralı

İki bilinmeyenli lineer denklem sistemlerinde kullanılan bir kuraldır.

mx + ny = a

bx + ky = p

Denklem sisteminin katsayılar determinantı Δ olsun.

$\Delta = \begin{vmatrix} m & n \\ b & k \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta = m.k - b.n$

Δ ≠ 0 olursa sistemin tek çözümü vardır.

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a & n \\ p & k \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_1 = a.k - p.n$

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} m & a \\ b & p \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_2 = m.p - a.b$

$x = \frac{\Delta_1}{\Delta}$ ve $y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$ olur.

Örnek:

x - y = 4

2x - y = 9

lineer denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 5) B) (-1, -5) C) (5, 1)

D) (-5, -1) E) (-5, -5)

Çözüm:

$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1.(-1) - 2(-1) = 1$

Δ ≠ 0 olduğundan sistemin tek çözümü vardır.

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 9 & -1 \end{vmatrix} = 4.(-1) - (9)(-1) = 5$

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 9.1 - 2.4 = 1$

$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{5}{1} = 5$

$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1}{1} = 1$

çözüm kümesi (x, y) = (5, 1) bulunur.

CEVAP: C

NOT:

✽ Verilen lineer denklem sisteminde $\Delta = 0$ ve $\Delta_1 \neq 0$ veya $\Delta_2 \neq 0$ olursa çözüm kümesi boş olur.

✽ Verilen lineer denklem sisteminde $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = 0$ olursa sistemin sonsuz tane çözümü vardır.

İki Bilinmeyenli Üç Denklemden Oluşan Sistem

$m_1x + n_1y = k_1$
$m_2x + n_2y = k_2$
$m_3x + n_3y = k_3$

biçimindeki lineer denklem sistemleridir. Denklemlerden herhangi ikisi seçilerek bulunan bilinmeyen değerleri üçüncü denklemde yerine yazılarak çözüm elde edilir.

Örnek:

$2x + 3y = 7$
$3x + 2y = 8$
$x - y = 1$

lineer denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 2) B) (2, 1) C) (1, 1)
D) (2, 2) E) (-2, -2)

Çözüm:

2x + 3y = 7 ile 3x + 2y = 8 denklemlerini alt alta toplayalım.

$$\begin{array}{l} 2x+3y=7 \\ +\ \underline{3x+2y=8} \\ 5x+5y=15 \Rightarrow x+y=3 \text{ olur.} \end{array}$$

x-y = 1 ile x+y = 3 denklemlerini alt alta toplayarak x'i bulalım.

$$\begin{array}{l} x-y=1 \\ +\ \underline{x+y=3} \\ 2x=4 \Rightarrow x=2 \text{ olur.} \end{array}$$

$x - y = 1 \Rightarrow 2 - y = 1 \Rightarrow y = 1$ olur.

Bu durumda, çözüm kümesi (2, 1) olur.

CEVAP: B

Üç Bilinmeyenli İki Denklemden Oluşan Sistem

$m_1x + n_1y + k_1z = p_1$
$m_2x + n_2y + k_2z = p_2$

biçimindeki lineer denklem sistemleridir. Verilen denklemlerden herbiri uzayda bir düzlem belirtir. İki düzlemin birbirine göre üç durumu söz konusu olur.

I. durum:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

oluyorsa, iki düzlem çakışık olacaktır. Bu durumda, sistemin sonsuz sayıda çözümü olur.

II. durum:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{k_1}{k_2} \neq \frac{p_1}{p_2}$$

oluyorsa, iki düzlem birbirine paralel olur. Bu durumda, sistemin çözüm kümesi boştur.

III. durum:

2 durum dışında 3.durumda düzlemler kesişir. Bu kesişme sonucunda iki düzlemin ortak noktalarından geçen doğru olacaktır. Bu doğruya arakesit doğrusu denir.

Üç Bilinmeyenli Üç Denklemden Oluşan Sistem

$m_1x + n_1y + k_1z = p_1$
$m_2x + n_2y + k_2z = p_2$
$m_3x + n_3y + k_3z = p_3$

biçimindeki lineer denklem sistemleridir. Verilen denklemlerin herbiri uzayda bir düzlem belirttiğine göre, üç düzlemin birbirine göre üç durumu söz konusu olur.

I. durum:

Verilen düzlemlerden herhangi ikisi birbirine paralel veya üçüde birbirine paralel olabilir. Bu durumda, lineer denklem sistemin çözümü olamaz.

II. durum:

Düzlemler birbirleriyle ikişer ikişer kesişebilir. Bu durumda, yine üç düzlemin ortak noktası olamayacağından, lineer denklem sisteminin çözümü boş olacaktır.

III. durum:

Üç düzlemin ortak noktaları varsa üç düzlem bir arakesit doğrusu boyunca kesişir.

Gramer Kuralı

Üç bilinmeyenli üç denklem sisteminin çözümünde kullanılır.

$m_1x + n_1y + k_1z = p_1$
$m_2x + n_2y + k_2z = p_2$
$m_3x + n_3y + k_3z = p_3$

Denklem sisteminin katsayılar determinantı Δ olsun.

$$\Delta = \begin{vmatrix} m_1 & n_1 & k_1 \\ m_2 & n_2 & k_2 \\ m_3 & n_3 & k_3 \end{vmatrix} \text{ olur.}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} p_1 & n_1 & k_1 \\ p_2 & n_2 & k_2 \\ p_3 & n_3 & k_3 \end{vmatrix} \text{ olur.}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} m_1 & p_1 & k_1 \\ m_2 & p_2 & k_2 \\ m_3 & p_3 & k_3 \end{vmatrix} \text{ olur.}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} m_1 & n_1 & p_1 \\ m_2 & n_2 & p_2 \\ m_3 & n_3 & p_3 \end{vmatrix} \text{ olur.}$$

✽ $\Delta \neq 0$ ise sistemin tek çözümü vardır.

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ y = \frac{\Delta_2}{\Delta},\ z = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

✽ $\Delta = 0$ ve $\Delta_1 \neq 0$ veya $\Delta_2 \neq 0$ veya $\Delta_3 \neq 0$ oluyorsa sistemin çözümü yoktur.

✽ $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$ oluyorsa sistemin sonsuz çözümü vardır.

Örnek:

$x + y + z = 3$
$x - y + z = 1$
$2x + y + z = 4$

lineer denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-1, 0, 1) B) (0, 0, 1) C) (0, 1, 1)
D) (1, 1, 1) E) (1, 0, 1)

Çözüm:

Önce denklem sisteminin katsayılar determinantını bulalım.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1.\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1.\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 1.(-1-1) - 1(1-2) + 1.(1+2)$

$= -2 + 1 + 3 = 2$ olur.

$\Delta \neq 0$ olduğundan sistemin tek çözümü vardır.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 3.\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 1.\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 3.(-1-1) - 1(1-4) + 1.(1+4)$

$= -6 + 3 + 5 = 2$ olur.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - 3.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$= 1.(1-4) - 3.(1-2) + 1.(4-2)$

$= -3 + 3 + 2 = 2$ olur.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 1.\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - 1.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 3.\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 1.(-4-1) - 1.(4-2) + 3.(1+2)$

$= -5 - 2 + 9 = 2$ olur.

$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1$ olur.

$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1$ olur.

$z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1$ olur.

Lineer denklem sisteminin çözüm kümesi (1, 1, 1) bulunur.

CEVAP: D

Homojen Denklem Sistemleri

Eşitliğin bir yönü sıfır olan denklem sistemlerine denir.

Örneğin;

$x + y = 0$
$x - y = 0$

lineer denklem sistemi homojendir.

Homojen denklem sistemlerinin katsayılar determinantı sıfırdan farklı ise denklemin çözüm kümesi sıfır olur.

Eğer katsayılar determinantı sıfır ise denklem sisteminin sonsuz sayıda çözümü vardır.

Örnek:

$x - 2y = 0$
$x + 5y = 0$

lineer denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, 1) B) (1, –2) C) (–2, 3)
D) (0, 0) E) (–3, 2)

Çözüm:

Denklem sisteminin katsayılar determinantını bulalım.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 5.1 - (1)(-2) = 7$$

$\Delta \neq 0$ olduğundan çözüm kümesi tek olup (x,y) = (0,0 olur.

CEVAP: D

Örnek:

$x - 2y + z = 0$
$x + 3y + 4z = 0$
$2x - y + 1 = 0$

lineer denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, –1, –1) B) (1, 0, 1) C) (0, 0, 0)
D) (1, 1, 0) E) (–1, 0, 1)

Çözüm: Denklem sisteminin katsayılar determinantını bulalım.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1.\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 2.\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1.\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 1.(3+4) + 2.(1-8) + 1.(-1-6)$$

$$= 7 - 14 - 7 = -14 \text{ olur.}$$

$\Delta \neq 0$ olduğundan çözüm kümesi tek olup $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ olur.

CEVAP: C

Örnek:

$$x - 2y + z = 0$$
$$x + 2y + 2z = 0$$
$$3x + 4y + mz = 0$$

lineer denklem sisteminin sonsuz çözümü olması için m kaç olmalıdır?

A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) 7

Çözüm:

Sistemin sonsuz çözümünün olabilmesi için katsayılar determinantının sıfır olması gerekir.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & m \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 1.\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & m \end{vmatrix} + 2.\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & m \end{vmatrix} + 1.\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 1.(2m-8) + 2.(m-6) + 1.(4-6) = 0$$

$$\Rightarrow 2m - 8 + 2m - 12 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 4m = 22$$

$$\Rightarrow m = \frac{11}{2}$$

CEVAP: B

YÜKSEKÖĞRETİME GEÇİŞ SINAVI (YGS)

2011

SORU KİTAPÇIĞI

BU SORU KİTAPÇIĞI 27 MART 2011 YGS BENZER SORULARINI İÇERMEKTEDİR.

TÜRKÇE TESTİ

1. **Bu testte 40 soru vardır.**
2. **Cevaplarınızı, cevap kâğıdının Türkçe Testi için ayrılan kısmına işaretleyiniz.**

1. Zaman zaman şair, işini hemen saçıverir ortaya. Öylece gelişigüzel... Dolduruverir şiirdeki boşlukları yerli yersiz, özensiz. Renk aşıklarının kötü tabloları betimlemek için kullandıkları iyice boyanmamış sözü gibi...

Bu parçada geçen "iyice boyanmamış" **sözüyle anlatılmak istenen aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Süslenmemiş

B) Olgun biçimi henüz bulmamış

C) Uyum gözetilmemiş

D) Anlamı ortaya çıkmamış

E) Doğayı yansıtmış

2. Gerçek romanın amacı öncelikle <u>oranın havasıyla nefes alıp veren insanın hayatını yazmaktır</u>. Bu amacı edebiyatımızda çok az sanatçı gerçekleştirebilmiştir.

Bu parçada altı çizili sözle anlatılmak istenen aşağıdakilerden hangisidir?

A) Geçmiş değerleri özümseyip günümüze taşımak

B) Yazıldığı toplumun duygu ve düşüncelerini yansıtmak

C) Sözcüklere farklı anlamlar yükleyebilmek

D) Toplumu sorgulayarak yanlışları düzeltmek

E) Yalın bir dil kullanarak halka yön vermek

3. Tam bir dil kurtarıcısıdır o. Can çekişen sözcükleri kurtarmış, yaralı sözcüklere ilaç olmuştur. Dili tam anlamıyla canlandırmış, ölü sözcükleri diriltmiştir.

Bu parçada geçen "ölü sözcükleri diriltmek" **sözüyle anlatılmak istenen aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Eski sözcüklere yeni anlamlar yüklemek

B) Güncelliğini yitiren kelimeleri kullanmak

C) Dilden yabancı kelimeleri ayıklamak

D) Etkili bir şekilde söz söylemek

E) Yabancı sözcüklere Türkçe karşılıklar bulmak

4. Hayatımda kısa, parlak görünümlü başarılar yerine; iğneyle kuyu kazmayı tercih ettim hep. Benim için güvenle ve emin adımlarla ilerlemek her zaman daha önemli oldu. Her insanın yaptığı işin hakkını vermesi gerektiğini düşünüyorum.

Aşağıdakilerden hangisi bu parçada geçen "iğneyle kuyu yazmayı tercih ettim hep." **sözüne anlamca en yakındır?**

A) Yetersiz araçlarla güç ve büyük işler yapmak her babayiğidin harcı değildir.

B) Yıllarca sonuç alınamayacak durumlarla uğraştı hep.

C) Ekip olarak sürekli çalışarak önümüze çıkan tüm güçlükleri yenmeyi başardık.

D) Dekoru hazırlama sürecinde gidişatı aksatacak araçları kullanmanız zaman kaybına yol açtı.

E) Bu konuyla sonuç vermeyecek şekilde uğraşıp durmamız doğru değil.

5. Aşağıdakilerin hangisinde verilen cümle, ayraç içindeki sözün anlamını <u>içermemektedir</u>?

A) Romanlarımda konunun daha iyi anlaşılması için kahramanların yaptıkları işleri daha görünür kılmaya çalışıyorum. (belirginlik kazandırmak)

B) Sonuçta İskender Pala da çoğu şairin ödül beklentisiyle şiir yazdığını onaylar. (doğruluğunu kabul etmek)

C) Sanatçı, gerçekleri yansıttığında duygularını ortaya koymaktan kaçınmalı, eseri kendi kendine bırakmalıdır. (gerçekçi bir tutum takınmak)

D) Sait Faik çoğu kez hayata farklı bakmakta bu da okuyucunun ruhunu etki altına almaktaki güçsüzlüğünü göstermektedir. (yetersizliğini gözler önüne sermek)

E) Sabahattin Kudret Aksal yazın yaşamı sırasında ustaca, başkalarının dümen suyuna düşmeden, onlardan yararlanmayı bilerek değişmiş, ilerlemiştir. (etki altında kalmamak)

Diğer sayfaya geçiniz.

6. Bence o büyük bir yazar olmasını ---- borçlu çünkü biliyoruz ki az sözle çok anlam ifade edebilmek, kalemi güçlü olanların işidir.

Bu cümlede boş bırakılan yere düşüncenin akışına göre aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

A) yoğun bir anlatımı olmasına

B) işlediği duyguların değişkenliğine

C) güçlü bir hayal gücü olmasına

D) kendini durmadan geliştirmesine

E) sözcükleri günlük anlamı dışında kullanabilmesine

7. (I) Bu kitabım aslında toplumun 1980'li yıllarda yaşadığı dönüşümün romanı. (II) Roman, kuru bir politik - toplumsal roman havasında olmayabilirdi. (III) Ancak, toplumsal dönüşüm, bu dönemde politik kararlardan o denli etkilendi ki böyle olması bir zorunluluktu. (IV) Zaten 1980'li yılları edebiyatımızda yeni yeni görmeye başladık. (V) Buna yeni başlanırken bu benim romanımda yaptığım, bir hata olarak görülmemeli.

Bu parçadaki numaralanmış cümlelerin hangisi yazarın yapıtının içeriği ile ilgilidir?

A) I B) II C) III D) IV E) V

8. (I) Ben dünyanın neresindeysem oranın tarihini, insanını, coğrafyasını, kültürünü, doğasını yazarım. (II) Bana göre her şey yazılmak için vardır. (III) Kimi zaman yalnız doğasını görürüm. (IV) Yazılarımı yazarken kendimi zorlamam, beni nereye götürürlerse oraya giderim. (V) Bunları yaparken de edebi kaygımı hiçbir zaman bir kenara bırakmam.

Bu parçadaki numaralanmış cümlelerden hangileri anlamca birbirine en yakındır?

A) I. ve II. B) I. ve III. C) II. ve IV. D) III. ve V. E) IV. ve V.

9. (I) Yeni bir yazarla tanıştım şu aralar. (II) Yüzyılın en büyük sorununu; nedenleriyle, sonuçlarıyla ve hakikaten akılcı çözüm ürünleriyle bu denli başarıyla anlatan bir başka yazar tanımamıştım. (III) Ele aldığı konu ve konuyu iyi kurgulayışının yanında dili pürüzsüz, anlatımı akıcıydı. (IV) Bütün bunların arasında okuyucunun eserle bütünlüğünü koparan girişleri olmasaydı keşke. (V) Böyle yaparak okuyucunun düşüncelerine müdahale ediyor.

Bu parçadaki numaralanmış cümlelerden hangisinde bir değerlendirme söz konusu <u>değildir</u>?

A) I B) II C) III D) IV E) V

10. (I) Her hayvan bıyığının bir hikâyesi vardır. (II) Antarktika foklarının göç davranışları ve yiyecek bulma stratejileri üzerine yapılan bir çalışmanın ardında bu düşünce yatıyor. (III) Ana maddesi keratin olan hayvan bıyıkları kökten uzar. (IV) Keratin, sabit bir madde olduğundan bıyık uzadıkça emdiği atomlar içeride hapsolur. (V) Böylece bıyık, hayvanların yiyecek bulma alışkanlıklarıyla ilgili bir bilgi arşivi olabilmektedir.

Bu parçadaki numaralanmış cümlelerle ilgili olarak aşağıda verilenlerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) I. cümlede, bir saptama yapılmıştır.

B) II. cümlede, önceki cümlede belirtilenlerle ilgili açıklama yapılmıştır.

C) III. cümlede, bir ön görü ortaya konmuştur.

D) IV. cümlede, bir bilgi verilmiştir.

E) V. cümlede, bıyıkla ilgili bir sonuç dile getirilmiştir.

11. Futbol; basketbol, voleybol, hentbol ve tenis gibi spor dallarının hemen hepsinden daha fazla ilgiyle karşılanmaktadır. Futbol maçını seyredenlerin sayısı bir basketbol ya da tenis maçını seyredenlerin sayısından fazladır. Bu tenis ya da hentbol maçını izlemek sıkıcı gelebilir. ---- Hemen herkes futboldan zevk alabilir.

Bu parçada boş bırakılan yere düşüncenin akışına uygun olarak aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

A) Ama futbol böyle değildir.

B) Kaldı ki voleybol da seyirciden çaba bekleyen bir spor dalıdır.

C) Futbol da tribünde beli bir düzeyin üstünde seyirci olsun ister.

D) Bu yüzden futbol diğer spor dallarının önüne geçmiştir.

E) Halbuki futbolda sonuçtan çok oynanan oyun önemlidir.

Diğer sayfaya geçiniz.

12. ---- Kim bilir kaç kez duymuşsunuzdur bunu birilerinden. Biraz hüzün, biraz da ince alay vardır bu sözlerde. Şiir gençken yazılan sonra da bırakılan bir şeydir sanki. Bir delikanlılık tutkusudur, bir yeniyetmezlik başdönmesidir sanki.

Bu parçada boş bırakılan yere düşüncenin akışına uygun olarak aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

A) En güzel şiirler olgunluk döneminde yazılabilir.

B) Şiirde farklı tarzların denenmesi çok doğaldır.

C) Gençliğimde ben de şiir yazmıştım.

D) Kime sorsanız, şiir okumayı sevdiğini söyler.

E) Her şair öncelikle gençler tarafından beğenilmek ister.

13. Çocuklar, ilkokula başlamadan önce dilimizin bazı kurallarını sezgi yoluyla anlamaya ve bu kurallara uyarak konuşmaya çalışırlar. Konuşurken yanlış yaptıklarında anne - babaları tarafından uyarıldıkları olur. Ancak Türkçeyi doğru ve düzgün kullanmak için bu yeterli değildir. ----

Bu parçanın sonuna düşüncenin akışına göre aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

A) Çocuklara dilimizin temel kurallarının düzenli bir biçimde öğretilmesi gerekir.

B) Çocuklar dil öğrenimini zaman içinde gerçekleştirirler.

C) Her çocuk bu konuda kendine düşeni düzenli bir biçimde yapar.

D) Dilin öğrenilmesi o kadar da zor bir iş değildir.

E) Herkes dile gereken önemi verirse dil de onlara gerekeni verir.

14. Tiyatro meraklısı eğer ister ve kendini yeterli bulursa tanınmış bir oyuncu hakkında bir yazı yazabilir; bir deneme kaleme alabilir pekâla. Yazarın, oyuncunun kişiliği hakkında varacağı yargı o güne kadar edinilen konulara karşı da durabilir. Sağlam kanıtlarla bu sonuç bizi şaşırtmaz, kendi düşüncelerimize uymayan bu görüşten ötürü ----

Bu parçanın sonuna düşüncenin akışına göre aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

A) onu kınamaya kimsenin hakkı yoktur.

B) onu bilgilendirmek gerekir.

C) ona karşı çıkmamız gerekir.

D) ona hak vermek gerekir.

E) onu eleştirmeye hakkımız vardır.

15. Yazılanların önce açılıp zenginleştiği dönemin sonuna doğru hep aynılaşmaya başlaması... Burada yeni gelen yazarlar izini sürdükleri yazarları yakalamaya, onları yazdıklarına benzetmeye çalışır; dolayısıyla sürgit kalacakları bir yörüngenin çekim gücüne kapılmaya başlar.

Bu parça aşağıdaki soruların hangisine verilmiş bir cevaptır?

A) Edebiyat nasıl zenginleştirilebilir sizce?

B) Edebiyatta temel amaç çekim gücünü artırmak mıdır?

C) Yeni yazarlar, eski yazarların izinden gitmek zorunda mıdır?

D) Edebiyat, çevresindeki kaynaklarla etkileşim içinde olmak zorunda mıdır?

E) Sizce edebiyatı yoran nedir?

16. Bu kitabı hazırlarken bizim edebiyatımızda bu meseleye değinen kitaplar var mı diye baktım. Ne yazık ki bulamadım. Yani bu hafızasızlık aslında yazarlara da yansımış durumda. Sanat gibi varlığı sorgulaması gereken bir alanda bu tutumun varlığı şaşılacak bir şey aslında. Bu biraz da sunumla ilgili sanırım. Cumhuriyet ile beraber biz geçmişe öyke ket vurmuşuz ki, iyi kötü her şeyi yok saymışız. Geçmişi bir an evvel elimizden çıkarılacak bir bavul gibi görmüşüz.

Bu sözler aşağıdaki sorulardan hangisine karşılık söylenmiş olabilir?

A) Hafızasızlık, toplumları niçin olumsuz yönlendiriyor?

B) Cumhuriyet, bizi hangi alanlarda etkilemiştir?

C) Hafızasızlık, Türk edebiyatında niçin işlenmedi?

D) Geçmişi unutmak bize ne kazandırdı?

E) Unutkanlık sorunumuzu nasıl aşacağız?

Diğer sayfaya geçiniz.

17. Bir çemberin içinde dönmekten, kendimi her gün gereken işleri yapmaya koşullandırmaktan bıktım, usandım artık. Yarın sabah bir başka ülkede uyansam ne geçmişimi ne de geleceğimi bilsem, aş, iş, sevdayı düşünmesem...

Bu parçada yazar, aşağıdakilerden hangisinden yakınmaktadır?

A) Sıradanlıktan

B) Hayat koşullarından

C) Yeni bir heyecan yaşamaktan

D) Dayanılamayacak koşullarından

E) Farklı bir yaşamdan

18. Ethem Baran'ın bu öyküsünde rastladığımız şiir tadındaki ayrıntılı tasvirler hem öyküde sihirli bir atmosfer oluşturmaya yardım ediyor hem de kahramanların adeta davranışlarını belirliyor. Yazar tasvirlere bu işlevleri yüklemeseydi, fazlalığı içinde barındırmayan öyküde bu durum kendini gösterirdi. Ayrıntının yerli yerinde kullanılması esere doyumsuz tatlar katmış; ancak ayrıntıdan zevk alabilmek belli düzeyi aşmış okur niteliği gerektirir.

Bu parçada sözü edilen yapıtla ilgili olarak asıl anlatılmak istenen aşağıdakilerden hangisidir?

A) Kahramanların tasvirlerle çok iyi anlatıldığı

B) Ayrıntılarla yüklü tasvirlerin eseri etkileyici kıldığı

C) Kurgusunun çok mükemmel olduğu

D) Belli bir düzeyinde üstündeki okurlarca anlaşılabildiği

E) Özgün bir konusunun olduğu

19. Yüreğim içimde, deri ve dokularla kaplı, onu kimse görmüyor diye düşünme. Yüzümüzden, bedenimizden önce başkalarına gösterdiğimiz yer yüreğimizdir. Yüreğimizle tanınırız önce...

Bu parçadan aşağıdaki yargılardan hangisi çıkarılabilir?

A) Bizi biz yapan, insanlara bizi tanıtan yanımız, niyet ve duygularımızdır.

B) Kimliğimizi beden dilimiz ele verir.

C) İnsanın kişiliği hemen anlaşılmaz.

D) Duygularını çabuk gösteren kişileri anlamak kısa zaman alır.

E) İnsanın iç dünyası başkalarının ilgisini çeker.

20. Bir insan için hayat, "bakma" eylemi içerisinde büyür ve gelişir. Bakma eyleminin farkında olarak ya da olmayarak yapılması, fiilin gerçekleşmesi esasında çok önemlidir. Bakmakla görmek arasında dağlar kadar fark vardır. Yaşamın anlamı ise sürekli bakmanın, bakarken görmenin tadındadır.

Bu parçadan aşağıdakilerden hangisi çıkarılabilir?

A) Bakmak ve görmek aynı şeydir.

B) Hayat bakmaktan oluşur.

C) Yaşamın anlamı bakmanın devamlılığındadır.

D) Görmek algılamaktır.

E) Bakmak görmek eyleminin sonucudur.

Diğer sayfaya geçiniz.

21. Türk vatandaşlarının tüm yolculuklarında ortalama kaç kitap okuduklarını biliyor musunuz? Ben bilmiyorum. Sanırım kişilerin okudukları kitap ortalaması açısından dünyada sonuncu gelen toplumlar arasındayız. Acaba uğradığımız çeşitli sıkıntıların bir nedeni de bu değil mi? Kitap, yaşamı genişleten ögelerin başında gelir. Okumadığımız için az yaşayan insanlarız. Az yaşayanlar, hem genç kuşakları iyi yetiştiremez hem de özlenen bir hızla gelişemez. Ne yazık ki okumadığımız için ne kadar az yaşadığımızın bilincinde değiliz.

Aşağıdakilerden hangisi okuma alışkanlığıyla ilgili olarak bu parçada yakınılan durumlardan biri <u>değildir</u>?

A) Okuma alışkanlığımızın olmayışı yüzünden gençlerimizi eğitemeyişimiz

B) Kitap okumadığımız için hayatı anlamsız bulmamız

C) Okuma alışkanlığımızın olmayışı nedeniyle çeşitli sorunlarla karşılaşmamız

D) Türk toplumunun diğer toplumlara oranla daha az kitap okuması

E) Kitap okumadığımız için hayatımızı zenginleştiremeyişimiz

22. Sanatçı, yaşadığı topluma, insanlara insanların dünyasına bağlı kalmak zorundadır. Bu insanlar şu bu değil, çoğunluktur. Sanat insanın ortak yönlerini ancak insanı çoğunluk içine katarak bulur. Sanat adamının anlattığı, kişinin durumu da olsa durumu anlatılan kişi, o çoğunluğun parçası oldukça sanatçı toplumun sanatçısı olarak kalacaktır.

Bu parçadan aşağıdakilerin hangisine <u>ulaşılamaz</u>?

A) Sanatçı kişiden topluma gidebilmelidir.

B) Yaşamın içinde olmak, sanatçı olabilme koşullarındandır.

C) Toplumdan kopuk sanatçı insanların ortak taraflarını yakalayamaz.

D) Sanatçı kişiyi anlatmaz, toplumun sorunlarını yansıtmaz.

E) Sanatçının başarısı yapıtlarında çoğunluğu anlatmasından geçer.

23. Yabancı kökenli terimlerin kullanılması, beraberinde birtakım olumsuzluklar getirmektedir. Bu olumsuzlukların başında, Türkizce diye adlandırılan karma bir dilin ortaya çıkması gelmektedir. Türkçenin bilim dili olarak gelişmesi için hemen her bilim dalında dilimizin öz kaynaklarıyla beslenen bilim terimleri bulunmaktadır. Terimlerin çoğunluğu yabancı dillerden alıntıysa o bilim dalında Türkçe öğretim yapmak güçleşir. Zaten, ülkemizde yabancı dille yapılan öğretim, Türkçenin bilim dili olarak gelişmesinde en büyük engeldir. Yabancı dille ve yabancı dilde öğretimin yanlış olduğu, doğrusunun yabancı dil öğretimi olduğu, yüksek sesle dile getirilmesine rağmen ne yazık ki devlet okullarımızda ve özel okullarımızda yabancı dille öğretim sürdürülmektedir.

Bu parçada belirtilenler arasında aşağıdakilerden hangisi <u>yoktur</u>?

A) Sürdürülen bir tutuma tepki

B) Öğretimin güçleşmesi

C) Duygularını başkalarıyla paylaşamama

D) Yanlışlıkların açık açık ifade edilmesi

E) Olumsuz duruma örnek verilmesi

24. Şiiri toplumdan, insandan koparmaya çalışan görüşler her zaman yenilik adıyla boy göstermiştir yazın alanında. İçerikten çok biçime önem verilmesi gerektiğini savunurlar bu görüşte olanlar. Güncelin, küçük olayların yeri yoktur şiirde onlara göre; şiir olduğunca kapalı olmalıdır; herkes kendisine göre yorumlayabilmelidir; bireysel ve toplumsal sorunlar kaldırılmalıdır şiirden; düzeni bozuk sözcükler zinciri... İşte şiir!

Bu parçada yazarın eleştirdiği şairlerle ilgili olarak aşağıdakilerden hangisine <u>değinilmemiştir</u>?

A) Şiirlerinde söyleyiş bozukluklarının ağır bastığına

B) Ölçü, kafiye gibi ögeleri kullanmadıklarına

C) Güncel olayları anlatmadıklarına

D) İçerikten çok biçime önem verdiklerine

E) Kapalı ve soyut şiir yazma taraftarı olduklarına

Diğer sayfaya geçiniz.

25. <u>Konuşurken</u> (I) düşüncenizi iyi anlatamadığınızı <u>farz edin</u> (II). Geri alamazsınız çünkü <u>dinleyen</u> (III) kişilere gitmiştir. Yeni cümleniz ister istemez öncekinin yetersizliğini <u>kapatma</u> (IV) kaygısı taşıyacaktır. Öte yandan siz ne kadar açıklarsanız açıklayın dinleyiciler kendilerine uygun düşen, <u>vurgulanmış</u> (V) sözcükleri alacaktır.

Bu parçadaki numaralanmış sözcüklerden hangisi fiilimsi <u>değildir</u>?

A) I B) II C) III D) IV E) V

26. (I) Bu eser, okuyucunun ilgisini daima ayakta tutacak bir macera romanı değildir aslında. (II) Roman, memleketin gerçek hayatından alınmış tablolarla doludur. (III) Romanın kahramanını yaptıklarından çok, içinde bulunduğu ruh haliyle tanırız. (IV) Yazar; ele almış olduğu basit bir konuyu, ağır bir dil kullanarak konunun anlaşılmaması için elinden geleni yapmıştır. (V) Toplumun içinde bulunduğu şartları, çelişkileri, ekonomik dengesizlikleri yansıtmaya çalışmıştır.

Bu parçadaki numaralanmış cümlelerle ilgili olarak aşağıda verilenlerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) I. cümle, bir ad cümlesidir.

B) II. cümle, bileşik yapılı bir cümledir.

C) III. cümle, "bulunduğu" sözcüğü fiilden sıfat yapım eki almıştır.

D) IV. cümlede, bağlaç kullanılmıştır.

E) V. cümlede, türemiş sözcükler kullanılmıştır.

27. Pek çok yazarın anlattıkları her insanda ayrı duyguları uyandırır; çünkü herkesin heyecanı algılayışı, hüznü başka başkadır.

Bu cümleyle ilgili olarak aşağıda verilenlerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) Ek almamış sözcükler vardır.

B) Bağımlı, sıralı bir cümledir.

C) Ad soylu yüklem kullanılmıştır.

D) İyelik eki almış sözcükler vardır.

E) Belgisiz sıfat vardır.

28. (I) Gece, aklın silikleşip geriye doğru çekilirken muhayyilenin kıvılcımlanıp tutuştuğu bir zaman kesitidir. (II) Bir iç zamanın uçsuz denizi içinde gizeme yolculuktur. (III) İç içe açılan bin bir masaldır gece, gece hikâyeleridir. (IV) Gece bir yitiştir, bir kapanıştır. (V) Fakat dışa doğru ufukları kararıp kaybolan insanda içe doğru bir açılış, açılım başlar.

Bu parçadaki numaralanmış cümlelerin hangisinde ögelerin dizilişi "dolaylı tümleç - özne - yüklem" **biçimindedir?**

A) I B) II C) III D) IV E) V

29. Sanatçıdaki mevcut bütün duygular onu başka dünyalara götürüverir ve daha sonra o, çevresindeki insanları izleyip onların kendinde bıraktığı izlenimleri eserine yansıtır.

Bu cümlede aşağıdakilerden hangisi <u>yoktur</u>?

A) Bağlaç görevinde kullanılmış "de"

B) Sıfatlaştıran -ki

C) Tezlik fiili

D) Dönüşlülük zamiri

E) Ünlü düşmesi

30. <u>Hayatın</u> (I) gerçeklerine fazlaca yer vermesi, <u>okuru</u> (II) romandan <u>uzaklaştırıyor</u> (III), iyice <u>sıkıp</u> (IV) romanı <u>bırakmasına</u> (V) neden oluyor.

Bu cümledeki altı çizili sözcüklerin hangisinde ünsüz benzeşmesi vardır?

A) I B) II C) III D) IV E) V

Diğer sayfaya geçiniz.

31. İnsan eliyle yapılmış hiçbir şey (I) Ay'dan çıplak gözle görülemez. Çin Seddinin (II) Aydan görülebilecek tek yapı olduğu düşüncesi çok yaygındır, ama Ay'la (III) uzayı birbirine (IV) karıştırmamak gerekir. Uzay çok yakındır. Yerin yüzeyinden 100 km (V) uzaklaşıldığında uzay başlar ve uzaydan görülebilir.

Bu parçadaki numaralanmış sözlerden hangisinde bir yazım yanlışı vardır?

A) I B) II C) III D) IV E) V

32. Kızılay taraflarında bir apartmanın büyük salonu ... (I) Salonun tam karşısında iki metre uzunluğunda , (II) dar bir koridor . (III) Bu koridorun sonunda büyük , (IV) bakımlı bir oda... Bu odaya her girdiğimde aydınlanıyorum . (V)

Bu parçadaki numaralanmış noktalama işaretlerinden hangisi yanlış kullanılmıştır?

A) I B) II C) III D) IV E) V

33. Özgürlük, insanı insan yapan en önemli ayrıcalıktır. Canı ne isterse onu yapıp dilediği yere gitmek, dilediğini düşünmek midir? Dünyada pek çok insan var, her birinin özgürlüğe bakışı diğerinden farklı. Bu insanlar, bunlara bizler de dahiliz, özgürlüğü çoğu zaman kendi çıkarlarına göre kullanıyor.

Bu parçada virgülün işlevleriyle ilgili olarak aşağıda verilenlerden hangisine uygun bir örnek yoktur?

A) Özel olarak vurgulanması gereken bir ögeyi belirtme

B) Sıralı cümleleri birbirinden ayırma

C) Ard arda sıralanan eş görevli sözcük kümelerini ayırma

D) Ara sözleri ayırma

E) Tırnak içinde verilmeyen aktarma cümlelerini belirtme

34. **Aşağıdaki cümlelerin hangisinde bir anlatım bozukluğu vardır?**

A) Sanat insanlığın göz bebeğidir.

B) Hiç kimse ormanlara zarar vermesin, onları gözü gibi korusun.

C) Her gazetenin bir politikası vardır.

D) Günümüz teknolojisinin insanoğluna katkısı yadsınamaz.

E) Bu sınav onun hayatta kalma savaşıydı.

35. (I) Parça - bütün, sonlu - sonsuz ilişkisi düşünce tarihinin en zor sorularından birisidir. (II) İnsan, sınırlı görünen yetisiyle sınırsız sorunlara el atabiliyor. (III) Sınırlı bir gezegenden, sınırsız gibi görünen evrenin haritalarını çıkarmaya çalışıyor. (IV) İnsanın sonluluğu içinde sonsuzu kavramaya çalışması, kendi gücünün bitimsizliği düşüncesine götürüyor onu. (V) Hayata daha farklı gözlerle bakmamız gerektiğini çabucak unutuyoruz.

Bu parçada numaralanmış cümlelerin hangisi düşüncenin akışını bozmaktadır?

A) I B) II C) III D) IV E) V

36. (I) Ben Gönen'de doğdum. (II) Yirmi yıldan beri görmediğim o kasaba hayalimde artık seraplaştı. (III) Birçok yeri unutulan eski bir rüya gibi oldu. (IV) Babam Gönen'de genç bir subaydı. (V) Burada büyük bir bahçe içinde köşk tarzında yapılmış bir konut verilmişti bize. (VI) O evde annemin beni bir bebek gibi pencereye oturttuğunu, bana dışarıyı seyrettirdiğini hatırlıyorum.

Bu parça iki paragrafa bölünmek istense, ikinci paragraf hangi cümleyle başlar?

A) II B) III C) IV D) V E) VI

Diğer sayfaya geçiniz.

37. (I) Hani oyuncular vardır, sahnedeyken pırıl pırıl parlarlar. (II) Oyun bitimlerinde alkışların ardı arkası kesilmez. (III) Büyük bir sevgiyle, hayranlıkla izlenir yaptıkları. (IV) Herkesin büyük bir hayranlıkla izlediği, başarılarını alkışladığı o oyuncular unutulmuşluğun minik evlerinde, odalarında yalnızlıktan üşürler. (V) Hatırlanmamaktan, vefasızlıktan buz keserler yazın sıcağında bile. (VI)

Bu parçadaki numaralanmış yerlerden hangisine düşüncenin akışına göre "Sonra giderek yıldızları parlamaz olur, unutulur giderler." **cümlesi getirilebilir?**

A) II B) III C) IV D) V E) VI

38. Metropollerde yaşayan ademoğlu, bir sözcükten başka başka anlamlar çıkarmayı sever. Oysa Anadolu insanının böyle bir özelliği yoktur. O, sözcükleri gerçek anlamıyla kullanır daha doğrusu, dolaylı düşünmeyi eğerek bükerek anlatmayı bilmez. İyiye iyidir, kötüye kötüdür, der. Bana öyle geliyor ki doğa, Anadolu'da başka, metropolde başka biçimleri oluşturuyor.

Bu parçanın anlatımında aşağıdakilerden hangisi yoktur?

A) Tartışma B) Karşılaştırma

C) Genelleme D) Örnekleme

E) Öznel düşünce

39. Bizi bencillikten edebiyat kurtarır. Öteki insanların içlerini bize onlar yavaş yavaş açıverir, bize başkalarını onlar duyurur. Yolda rastladığınız birini bazen bir romandan, öyküden, oyundan hatırlar, "Aa, bu bir Anna Karenina; bu bir Julien Sorel; bu bir Tartuffe!" diyorsanız, başkalarını içlerinden anlıyorsunuz, onları kendi içinizde, hayalinizde gerçekleştiriyorsunuz demektir.

Bu parçanın anlatımıyla ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi söylenemez?

A) Değişik cümle türleri kullanılmıştır.

B) Sohbet havasıyla yazılmıştır.

C) İkileme kullanılmıştır.

D) Öyküleme yapılmıştır.

E) Kişileştirmeye başvurulmuştur.

40. Edebiyatın her türüyle uğraştım. Şiir, öykü, roman yazdım. Kitaplarım yayımlandı. Bu türler içinde en çok öykü yazarken uğraştım ve zorlandım. Niye mi? Gönlümü, aklımı, kalemimi yaya yaya, rahatlıkla yazdım öykü dışındaki yazılarımı; sayfalarca anlattım. Ama öykü öyle değil. Kısıtlanıyorsunuz. Çok şeyi anlatmak istiyorsunuz. Öykü kalıbına, tekniğine sığmaya çalışıyorsunuz. Sözcük seçimini dikkatle yapıyorsunuz. Kahramanları, çevreyi, olayları aza indirmeye çalışıyorsunuz. Bu da ister istemez çok düşündürüyor ve uğraştırıyor sizi. Romanın rahatlığını, genişliğini bulamıyorum öyküde.

Böyle diyen yazarın yapıtlarıyla ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi söylenemez?

A) Öykülerini büyük bir uğraşı sonucu yazdığı

B) Sözcük seçiminde titiz davrandığı

C) Roman yazarken daha rahat olduğu

D) Öykülerini yazarken teknik unsurlara dikkat ettiği

E) Konularını gerçek hayattan aldığı

TÜRKÇE TESTİ BİTTİ.

SOSYAL BİLİMLER TESTİNE GEÇİNİZ.

SOSYAL BİLİMLER TESTİ

1. **Bu testte sırasıyla,**

   Tarih (1-17)

   Coğrafya (18-31)

   Felsefe (32-40)

   alanlarına ait 40 soru vardır.

2. **Cevaplarınızı, cevap kâğıdının Sosyal Bilimler Testi için ayrılan kısmına işaretleyiniz.**

1. Malatya yakınlarındaki Aslantepe'de yapılan kazılarda, dünyanın en eski kılıçları kabul edilen, üzeri işlemeli kılıçlara ve iki farklı ırka ait olduğu tespit edilen kafatası ve kemiklere rastlanmıştır.

Bu bilgilere;

I. Antropoloji

II. Arkeoloji

III. Paleografya

bilimlerinin hangilerinden yararlanılarak ulaşıldığı söylenebilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) Yalnız III E) I, II ve III

2. **Orta Asya Türk topluluklarında;**

I. dokumacılığın yaygın olması,

II. deri ve köselenin en önemli ihraç ürünleri olması,

III. sulama kanallarının bulunması

durumlarından hangileri hayvancılığa dayalı bir yapının varlığına kanıttır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

3.

	Halifeler	Gelişmeler
I.	Ebubekir	Kuran'ın kitap haline getirilmesi
II.	Osman	Tunus'un fethedilmesi
III.	Ömer	Vilayetlere kadıların atanması
IV.	Ali	İkta Sisteminin başlaması
V.	Muaviye	Halifeliğin babadan oğula geçmesi

Yukarıdaki eşleştirmelerden hangisi yanlıştır?

A) V. B) IV. C) III. D) II. E) I.

4. Osmanoğullarının kısa süre içinde aşiretten beyliğe, beylikten devlete geçtiği görülmektedir.

Bu durumun yaşanmasında;

I. Güçlü kimselerin iktidara gelmesi,

II. Sınırların hızla genişlemesi,

III. Ülke hanedanın ortak malı anlayışının varolması

gelişmelerinden hangilerinin etkili olduğu savunulabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) II ve III

5. Osmanlı Devleti'nde XVII. yüzyıla kadar miktarı fazla olan tımar arazilerinin, bu yüzyıldan itibaren oranında büyük düşüş görülmüştür. Tımar arazilerinin oranının düşmesinde ise en temel neden iltizama ayrılan toprakların artmasıdır.

XVII. yüzyıldan itibaren iltizama ayrılan toprakların artırılması ile amaçlanan aşağıdakilerden hangisidir?

A) Hükümdarın özel hazinesinin gelirlerini azaltmak

B) Saray giderlerinin önüne geçmek

C) Feodal beylerin ortaya çıkmasını engellemek

D) Hazineye daha fazla nakit sağlamak

E) Arazilerdeki ürün oranını artırmak

Diğer sayfaya geçiniz.

6. Osmanlı Devleti'nin yöneticileri dağılmayı önlemek amacı ile Tanzimat Fermanı, Islahat Fermanı gibi belgeler yayınlamışlardır. Ancak bu fermanlar beklenen yararı sağlayamamıştır.

Tanzimat ve Islahat fermanlarından beklenen yararın sağlanamamasında;

I. dış güçlerin gayrimüslim tebayı kışkırtmaya devam etmesi,

II. reformların halk tarafından tam olarak anlaşılamaması,

III. Müslümanların bu hakları gayrimüslimler için fazla olduğunu düşünmesi

durumlarından hangilerinin neden olduğu savunulabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) I, II ve III

7. **Aşağıdakilerden hangisi Osmanlı ticari yaşamını zarara sokan gelişmelerden biri değildir?**

A) Keşifler neticesinde İpek ve Baharat yollarının önemini yitirmesi

B) Yabancı devletlere tanınan imtiyazların yaygınlaşması

C) Osmanlı Devleti'nin denizaşırı sefer düzenleyecek gücünün olmaması

D) Balta Limanı vb. antlaşmalarla ülke pazarlarının yabancı mallara açık hale gelmesi

E) Üretimin tarıma dayalı olması

8. Ermeni tehciri sırasında suç işleyen Osmanlı idarecilerinin yargılanması amacı ile oluşturulan divanıharpte, Osmanlı'nın talebine rağmen bağımsız yargıçlara yer verilmemiştir. Bu konuda istediği gibi hareket eden İngiltere ve Fransa, divanı harbi yönlendirmeye çalışmıştır.

İngiltere ve Fransa bu tutumu ile;

I. Osmanlı Devleti üzerinde baskı oluşturma,

II. Mahkemeleri kendi istekleri doğrultusunda yönlendirme,

III. Osmanlı Devleti'ndeki Ermenilerin haklarını koruma

amaçlarından hangilerine ulaşmak istemiştir?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I, II ve III

D) I ve II E) II ve III

9. **Anlaşma Devletleri işgal edecekleri alanı genişletmek ve tepkiyi azaltmak amacıyla aşağıdakilerden hangisini uygulamıştır?**

A) Mondros Ateşkesi metnine Kilikya, Mezopotamya gibi sınırları belli olmayan bölge adları koymuşlardır.

B) Mebusan Meclisi'ni kapattırmışlardır.

C) İstanbul'u hep birlikte işgal etmişlerdir.

D) Mustafa Kemal'in Samsun'a gönderilmesini sağlamışlardır.

E) Rum ve Ermenilerin yoğun olduğu bölgelere asker çıkarmışlardır.

10. **ABD Başkanı Wadrow Wilson tarafından yayınlanan;**

I. Uluslararası barış için bir kurul oluşturulmalı,

II. Boğazlar dünya ticaretine açık olmalı,

III. Her millet kendi kaderini kendisi belirlemeli

ilkelerinden hangilerine, emperyalist düzenleri bozulacak telaşı ile İngiltere ve Fransa karşı çıkmıştır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III

D) Yalnız III E) II ve III

11. **Nuri:** Anadolu'nun Antep, Urfa, Maraş, Adana bölgelerinde yapılan mücadelenin haklı olduğunu ve Kuvaimilliye'nin bu bölgelerde sonuna kadar savaşacağını belirtmiştir.

Kemal de bu bildirinin;

I. Ermeni,

II. Fransız,

III. İtalyan

gruplarının bölgedeki faaliyetlerine karşı olduğunu söylemiştir.

Kemal yukarıdaki gruplardan hangilerini söyleseydi Nuri'ye doğru bilgi vermiş olurdu?

A) I ve III B) Yalnız II C) I ve II

D) Yalnız I E) II ve III

Diğer sayfaya geçiniz.

12. Aşağıdakilerden hangisi TBMM'ye karşı başlatılan ayaklanmaların nedenlerinden biri değildir?

A) Azınlıkların devlet kurmak istemesi

B) İstanbul Hükümetince halkın dini duygularının kötüye kullanılması

C) Osmanlı Devleti'nin zayıflığından yararlanarak bazı ailelerin otoriteyi ele geçirmesi

D) Bazı Kuvaimilliye şeflerinin yeni orduya katılmaya karşı çıkmaları

E) Seçim çalışmalarının başlaması

13. Sakarya Meydan Muharebesi ile Yunan orduları geri püskürtülmüştür. Ancak Yunanlıları takip bir yıl sonra başlamıştır.

Bunun temel nedeni aşağıdakilerden hangisidir?

A) Türk ordusunun eksiklerinin tamamlanması

B) Çerkez Ethem isyanının bastırılması

C) Fransızların birliklerini Anadolu'dan çekmeye başlaması

D) Doğudaki mücadelenin bitmesinin beklenmesi

E) Tekalifi Milliye Emirlerinin çıkarılması

14. Aşağıdakilerden hangisi Atatürk İnkılapları ile sağlananlardan biri değildir?

A) Demokratik yönetim

B) Toplumsal çağdaşlaşma

C) Totaliter bürokrasi

D) Laik hukuk sistemi

E) Ulusçu tarih anlayışı

15. Hindistanlı Müslümanların liderleri Ağa Han ve Emir Ali, İsmet Paşa Hükümeti'ne, Halifelik kurumuna dokunulmamasına ilişkin bir mektup göndermişlerdir. Ancak mektup daha İsmet Paşa'ya ulaşmadan dönemin muhalif gazetesi Tanin'de yayınlanmıştır.

Bu durum ile ilgili olarak;

I. yabancıların, halifeliği Türkiye'nin içişlerine müdahale için kullandıkları,

II. Halifelik kurumunun tartışma konusu olduğu,

III. Halifelik kurumunun birleştirici yönünün yarar getirdiği

yorumlarından hangileri yapılabilir?

A) I ve II B) I ve III C) Yalnız II

D) Yalnız I E) I, II ve III

16. Atatürk "... Artık hükümet ile millet arasında geçmişteki ayrılık kalmamıştır. Hükümet millet, millet hükümettir." demiştir.

Atatürk bu sözleriyle aşağıdaki ilkelerden hangisinin önemini vurgulamıştır?

A) İnkılapçılık B) Milliyetçilik

C) Devletçilik D) Cumhuriyetçilik

E) Laiklik

17. Atatürk, "Ulusu temel alan ulusal irade, ulus adına ve sınırlı ve belirli bir zaman için manevi kişiliğini de belirten Millet Mecilsi de en sonunda ulusça yenilenmekle karşı karşıyadır. Özde olan ulustur. Egemenlik onundur." demiştir.

Atatürk'ün, bu sözüyle milli gücün;

I. siyasi,

II. mali,

III. askeri

unsurlarından hangilerini vurguladığı savunulabilir?

A) Yalnız III B) Yalnız I C) II ve III

D) I ve II E) Yalnız II

Diğer sayfaya geçiniz.

18. I. Ağrı Dağı'nın yüksekliği

II. Ankara ve Konya arasındaki kuş uçusu uzaklık

III. Tuz Gölü'nün haritadaki alanı

Yukarıdakilerden hangileri Türkiye fiziki haritasından elde edilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I, II ve III

D) I ve III E) II ve III

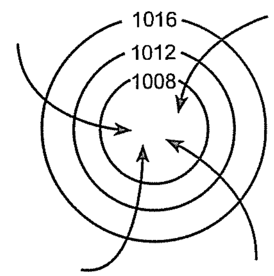
19. Türkiye kışın İzmit'ten geçen 30° Doğu meridyenin yerel saatini ulusal saat olarak kullanırken yazın Iğdır'dan geçen 45° Doğu meridyeninin yerel saatini ulusal saat olarak kullanmaktadır.

Buna göre, aşağıdaki kentlerin hangisinde yaz ve kış saati uygulamasında ulusal saat ile yerel saat arasındaki fark daha azdır?

A) İstanbul B) Edirne C) Kars

D) Sivas E) İzmir

20.



Ayşe: Yukarıdaki şekil Güney Yarım Küre'deki bir alçak basınç merkezine aittir.

Ahmet: ....

Ayşe'nin verdiği bilginin yanlış olduğunu düşünen Ahmet aşağıdakilerden hangisini söylerse hata giderilmiş olur?

A) Rüzgarı gösteren oklar merkezden çevreye doğru olursa

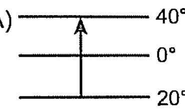
B) Rüzgarı gösteren oklar saat ibresinin ters yönünde olduğunda

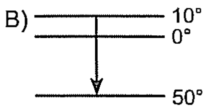
C) Basınç değerini gösteren sayıların içte daha büyük olmasıyla

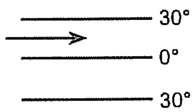
D) Rüzgarı gösteren okların yönlerinde sapmanın olmamasıyla

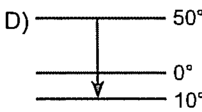
E) İzobar eğrilerinin daha sık geçirilmesiyle

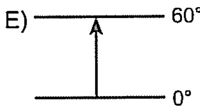
21. Aşağıda verilen enlemler arasındaki yerlerin özel konumları eşit kabul edildiğinde hangi doğrultuda iklim çeşitliliğinin daha fazla olması beklenir?

A)


B)


C)


D)


E)


22. Can, yaz tatilini geçirmek için gittiği yerde, "Burada yaz mevsimi olmasına karşın havaların daha ısınmadığını bulutlu gün sayısının fazla olduğunu, deniz kıyısından itibaren sık ormanların başladığını daha yüksek dağların zirvesinde buzul aşındırmasıyla oluşmuş buzul göllerin varlığı doğa turizmi açısından potansiyelinin yüksek olduğu bu yörenin daha fazla tanıtılıp turizme kazandırılması gerekmektedir."

Buna göre, Can'ın gittiği yer aşağıdakilerden hangisi olması beklenir?

A) Gelibolu Yarımadası

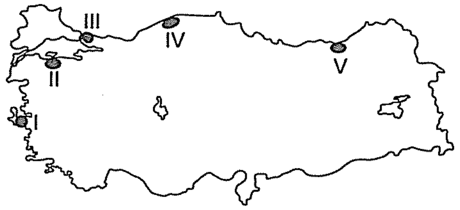
B) İzmir çevresi

C) Rize çevresi

D) Amanoslar

E) Menteşe Yöresi

23.



Orografik ya da yamaç yağışları dağların kıyıya paralel uzandığı yerlerde denizden gelen nemli havanın yamaç boyunca yükselerek soğumasıyla oluşur.

Buna göre; yukarıdaki haritada gösterilen yerlerin hangisinde yamaç yağışlarının daha fazla görülmesi beklenir?

A) I ve II B) II ve III C) II ve IV

D) I ve III E) IV ve V

24. "Avustralya, Afrika ve Güney Amerika'da benzer bitki ve hayvan kalıntılarına ait fosillerin bulunduğu" **söyleyen bir kişi kanıt olarak aşağıdakilerden hangisini gösterebilir?**

A) Kıtalardaki iklim koşullarının benzer olduğunu

B) Geçmiş jeolojik dönemlerde günümüzde bu bölgelerdeki yerşekillerinin fazla değişmediğine

C) Bu kıtaların I. Jeolojik Dönem'de birleşik tek bir kıta olduğunu

D) Geçmiş jeolojik devirlerde bu kıtaların yoğun bir bitki örtüsüyle kaplı olduğunu

E) Günümüzde bu kıtalarda iklim koşullarının daha elverişli olduğunu

25. Dünya üzerindeki volkanizma ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Levha sınırlarında yer alırlar.

B) Deprem alanlarıyla paralellik gösterir.

C) Aktif volkanların büyük bir kısmı Atlas Okyanusu kıyılarında yer alırlar.

D) Çevresinde verimli tarım toprakları bulunduğundan nüfus bakımından yoğun alanlardır.

E) Volkanların şekli ve püskürme özellikleri çıkardıkları maddelere göre değişir.

26. Türkiye'nin sıcak su kaynakları açısından zengin olması;

I. Levha sınırında yer alması

II. Masif alanların geniş yer tutması

III. Yer şekillerinin çeşitlilik göstermesi

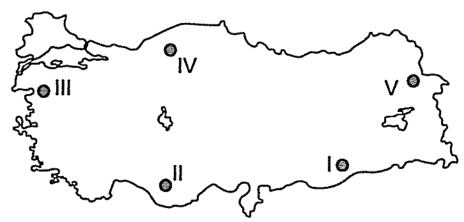
IV. Fay hatlarının yaygın olması

etmenlerinden hangileriyle ilgilidir?

A) Yalnız I B) I ve III C) I ve IV

D) II ve III E) III ve IV

27.



Yukarıdaki haritada numaralarla gösterilen yerlerdeki dağların oluşum şekli eşleştirmelerinden hangisi yanlıştır?

A) I - volkanizma

B) II - kıvrılma

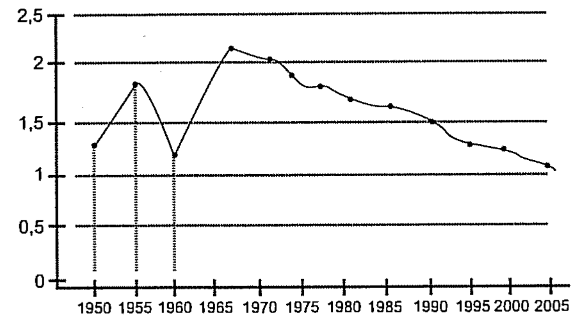
C) III - kırılma

D) IV - kıvrılma

E) V - kırılma

Diğer sayfaya geçiniz.

28. Aşağıdaki grafikte 1950-2005 yılları arasında Dünya nüfus artış oranı verilmiştir.



Yalnızca grafikteki bilgilere dayanarak;

I. Dünyadaki nüfus yoğunluğu artmıştır.

II. Dünya nüfusu sürekli artmıştır.

III. Nüfus artış hızı 1985 yılından sonra sürekli azalmıştır.

özelliklerinden hangilerine ulaşılabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) I, II ve III

29. Bir yerleşim yerinin gelişmesinde aşağıdaki etkinliklerden hangisinin payı diğerlerine göre daha azdır?

A) Turizm aktivitelerinin çeşitlenmesi

B) Ulaşımın gelişmesi

C) Maden işletmelerinin artması

D) Modern tarım yöntemlerinin uygulanması

E) Üniversite kurulması

30. Yeryüzünde farklı bölgelerin oluşturulmasında doğal, beşeri ve ekonomik özellikler etkili olmaktadır. Bazı bölge sınırları kolay değişirken bazı bölgelerin sınırlarının değişmesi çok uzun yıllar alabilir hatta hiç değişim olmayabilir.

Buna göre, aşağıdaki bölgelerden hangisinin sınırında değişme olması diğerlerine göre daha kısa zamanda gerçekleşir?

A) İklim bölgeleri

B) Siyasi bölgeler

C) Dağlık bölgeler

D) Bitki örtüsü bölgeleri

E) Tarım bölgeleri

31. I. Atmosferdeki sera gazları oranının artması

II. Deniz, göl ve akarsularda kirlenmeye bağlı olarak bu alanlardaki ekosistemin bozulması

III. Tropikal kuşakta, tropikal rüzgarların meydana gelmesi

IV. Bangladeş'te sel ve taşkınların can ve mal kaybına yol açması

Yukarıdakilerden hangileri insanın doğaya olan etkileri arasında gösterilmez?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II

D) II ve IV E) III ve IV

Diğer sayfaya geçiniz.

32. Her insanın vazgeçilmez olan biricik varlığı kendisi, hayatı olduğunu düşünenler; Sokrates'in ölüme gidişini nasıl değerlendirirler dersiniz? Düşüncelerinin gençler arasında hızla yayılmasından rahatsız olan yöneticilerin ona ders vermek amacıyla verdiği cezanın Sokrates'in savunmasındaki tavrı sebebiyle idam cezasına kadar gitmesi süreci, onun yaşama çoğumuzdan farklı baktığını gösterir. Nietzsche'ye göre o, ölüm korkusu nedir bilmeyen, yaşam içgüdüsünden kopmuş ve salt akıldan oluşan bir canavardır.

Parçadan yola çıkarak aşağıdaki yargılardan hangisine ulaşılabilir?

A) Filozof yaşamı anlamlandıran kişidir.

B) Filozofun öncelikleri diğer insanlardan farklıdır.

C) Filozofun eleştirel tavrı kendini her alanda gösterir.

D) Varlık alanının tümü, filozof için merak konusudur.

E) Bir filozof yalnızca düşünceleriyle hatırlanmak ister.

33. Bilimi ürün olarak kabul eden yaklaşım ve bilimsel başarıların arka arkaya gelmesiyle beraber; bilim, felsefenin alanını daraltmıştır. Bunun ardından felsefeyi bilimleştirme çabaları başlamıştır. Çünkü felsefe bilimin dilini, yapısını, yöntemini, yasalarını mantık aracılığıyla analiz etme imkanına sahiptir. Felsefe, metafizik konularla ilgilenmeyi bir kenara bırakmalı, bilimsel kavram ve önermeleri sembolik mantık aracılığıyla çözümleme işini üstlenmeli, kısaca kendini "bilim üzerine düşünme etkinliği" olarak ortaya koymalıdır.

Bu yaklaşımın felsefeyle ilgili göz ardı ettiği özellik aşağıdakilerden hangisidir?

A) Felsefenin akla dayalı olması

B) Felsefenin genel geçer bilgi vermemesi

C) Felsefenin varlık alanının bütününü ele alması

D) Felsefenin evrensel olması

E) Bilim felsefesinin konusunun dar olması

34. Bilimler, çalışma alanları olan varlıkların var olduğunu bir ön kabul olarak ortaya koyarlar. Epistemoloji ise varlığın bilgisinin olup olmadığını, varsa ne yolla elde edilebileceğini sorgular. Oysa bunlardan önce, ilk olarak bilgisi edinilecek varlıkların "var" olması gerekir.

Bu parça aşağıdaki yargılardan hangisini desteklemektedir?

A) Varlığın bilgisi elde edilemez.

B) Varlık, bilgisi edinilen şeydir.

C) Bilgi kuramı, ontoloji üzerine inşa edilir.

D) Bilgisine ulaşılmayan varlıklar sorgulanmalıdır.

E) Ontoloji, epistemolojinin ve bilimlerin çalışma alanını daraltır.

35. Buza dokunup, soğukluğunu hissedebiliyor ve onu tanımlayabiliyoruz. Aynı şeyi su için de yapabiliriz; onunla ilgili deneyimlerimizi söyleyip onu anlatabiliriz. Peki aynı şeyi gaz durumundaki su buharı için yapamıyor olmamız, onun varlığını reddetmeyi gerektirir mi? Görmüyor, sıcaklığını ya da soğukluğunu duyumlayamıyor, dokunamıyor olmam bu varlığın var olmadığını kanıtlamak için yeterli midir?

Parça, aşağıdaki görüşlerden hangisine yönelik eleştiri taşımaktadır?

A) Varlığı oluştan ibaret gören Heraklietos'a

B) Gerçek varlık alanının idealar dünyası olduğunu söyleyen Platon'a

C) Varlığı ruh ve maddenin birleşiminden oluşmuş sayan Descartes'a

D) Varlığın atomlardan oluştuğunu söyleyen Democritos'a

E) Algılanmayan şeylerin var olmadığını söyleyen Berkeley'e

Diğer sayfaya geçiniz.

36. Gözünüzün önüne bir ağaç getirin. Zihninizde canlandırdığınız ağacın benim zihnimdekiyle aynı olma ihtimali o kadar düşük ki... Belki iğne yapraklı bir ağacı düşündünüz, belki büyük bir çınar ağacını, belki dalları meyveden kırılan bir elma ağacını... Zihnimizde yer alan, gövdesi, yaprağı, dalları, boyu, meyvesi birbirinden farklı bu kadar çok tasarımın ortaklığı nedir peki? Ağacı ağaç yapan şey nedir? Ağaç dendiğinde her birimizin bir başka şekli canlandırması ama bunların hepsinin de ağaç olmasını sağlayan şey, sorunun cevabıdır.

Parçada varlıkla ilgili sorgulanan aşağıdakilerden hangisidir?

A) Varlığın olup olmadığı

B) Ana maddenin ne olduğu

C) Özsel ve ilineksel nitelik

D) Madde form ayrımı

E) Zorunlu varlık - mümkün varlık ayrımı

37. İnsan ihtiyaçlarını tek başına karşılayamaz ve aile kurumu içinde var olur. Ailelerin de tek başına yetemediği durumlar söz konusu olur ve aileler bir araya gelerek köyler oluşur. Bunların bir araya gelmesi ise devlet yapılanmasını getirir. Bu yapılanma insanın ortaya çıkması gibi kendiliğindendir. Devlet, insan yaşayışını düzenlemek, onların kendini gerçekleştirmesini sağlamak ve yurttaşlarını her tür tehlikeden korumak için vardır.

Aristoteles'in görüşlerini yansıtan bu parçadan yola çıkarak aşağıdaki yargılardan hangisine ulaşılabilir?

A) Devletin varlığı doğal ve zorunludur.

B) Devlet toplumsal iradenin ürünüdür.

C) Yurttaş olma durumu bireyi özgürleştirmektedir.

D) Devletin yegane varlık sebebi yurttaşların mutluluğudur.

E) Devlet yapay bir varlık olarak iradeyle oluşturulmuştur.

38. Sokakta kağıt mendil satan çocuklara yardım etmek amacıyla ondan birkaç mendil alan Esra, arkadaşının "Sen bu şekilde onlara kötülük ediyorsun, o mendil sattıkça ertesi gün yine bu iş için sokaklarda olacak, oysa kimse almasa çocukları bu şekilde kullanamazlar." tepkisine çok şaşırmıştır.

Parçada anlatılan hikaye, ahlak felsefesinin temel problemlerinden hangisine örnek verilebilir?

A) Tüm davranışlar ahlaki olarak değerlendirilebilir mi?

B) Bireysel vicdanın ahlaki eylemde rolü nedir?

C) Ahlaki eylemin amacı nedir?

D) İnsan ahlaki eylemde bulunurken özgür müdür?

E) Mutlak iyiye ulaşmak mümkün müdür?

39. Heykeltıraş ve sanat profesörü Franz Spohn'un yüzlerce şekerli sakızı bir araya getirerek ünlülerin tablolarını yaptığı ve bunları sergilediği haberini okuyunca; sıradan nesnelerin yaratıcı zekayla birleştiğinde nasıl harikulade sanat eserlerine dönüştüğünü düşündüm. Bu eseri incelerken, zihnimin oyunuyla, market raflarında gördüğümüz, alıp tükettiğimiz, yanından geçip gittiğimiz sakızları düşündüm. Hammaddesi aynı olsa da bu tablolar bende öyle başka duygular uyandırdı ki...

Parçaya göre sanat eserini diğer nesnelerden ayıran aşağıdakilerden hangisidir?

A) Evrensel nitelikte oluşu

B) Sanatçıdan izler taşıması

C) Estetik kaygıyla oluşturulması

D) Alımlayıcının değerlendirme biçimi

E) Ticari değer taşıması için yapılmaması

40. Yer merkezli evren kuramını ortaya atan Aristoteles bu alanda otorite, öne sürülen kuram ise yüzyıllarca değişmeden kabul edilmiştir. Kurama eklemeler yapan Batlamyus da evrenin merkezinde Dünya'nın olduğu fikrine sahiptir. 1543, Kopernik'in Dünya merkezli sistemi reddetmesi ve yerine Güneş merkezli sistem öne sürmesiyle bir dönüm noktası olmuş; bu yeni sistem modern çağın ilk bilimsel devrimi olarak tarihe geçmiştir. Bu devrimin ardından, bilimin olaylara bakış açısı değişmiş, otoriteler eleştirilebilir, bilimsel çalışmaların dayanakları sorgulanabilir olmuştur.

Parçaya göre bilimin modernleşmesi aşağıdakilerden hangisine dayandırılabilir?

A) Doğru bilgiye ulaşma isteğinin artması

B) Bilimin olgusal olmayan her şeyi dışarıda bırakması

C) Dogmatik anlayışın yıkılması

D) Bilim adamlarının yöntem konusunda uzlaşım sağlaması

E) Bilimsel çalışmaların yeni çağla beraber hız kazanması

SOSYAL BİLİMLER TESTİ BİTTİ.

TEMEL MATEMATİK TESTİNE GEÇİNİZ.

TEMEL MATEMATİK TESTİ

1. **Bu testte 40 soru vardır.**
2. **Cevaplarınızı, cevap kâğıdının Temel Matematik Testi için ayrılan kısmına işaretleyiniz.**

1. $|-2-5|+|-3+5|$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 9 B) 6 C) 10 D) 5 E) 1

2. $2-2(1-5.10^{-1})$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 10

3. $\dfrac{9^{\frac{1}{2}}+(-27)^{\frac{1}{3}}-1}{4^{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) −2 C) −4 D) −6 E) −8

4. $1-2+3-4+5-...+211$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 102 B) 106 C) 110 D) 210 E) 211

5. $18^m=3$

$6^n=2$

olduğuna göre, **$18^{(1-m).2n}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

6. $a=\sqrt[3]{2}$

$b=\sqrt[4]{8}$

$c=\sqrt[5]{16}$

olduğuna göre, **aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?**

A) a > b > c B) b > c > a

C) c > b > a D) c > a > b

E) a > c > b

7. A.7! sayısı bir tamsayının karesine eşit olduğuna göre, **A sayısı <u>en az</u> hangi tamsayıya eşittir?**

A) 5 B) 7 C) 21 D) 35 E) 70

8. $\dfrac{m}{n+2}=\dfrac{1}{k}$

$\dfrac{n-1}{k}=\dfrac{m}{3}$

olduğuna göre, **n değeri kaçtır?**

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

9. $\dfrac{3^{a^2-b^2}}{9^{a^2+ab}}=\dfrac{1}{3}$

olduğuna göre, **$(a+b)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) −1 B) 1 C) 2 D) −2 E) $\frac{1}{2}$

10. $\dfrac{1}{a^2}+1=a+\dfrac{1}{a+1}$

olduğuna göre, **$1-a^3$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) a B) −a C) 1 D) $\frac{1}{a}$ E) $-\frac{1}{a}$

Diğer sayfaya geçiniz.

11. Birbirinden farklı m ve n sayıları için

$n-m=\dfrac{m^2}{n}-\dfrac{n^2}{m}$

olduğuna göre, **$\dfrac{m^2+n^2}{mn}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) −4 B) −3 C) −2 D) −1 E) 1

12. a ve b tam sayıları için

$2a+3b=17$

olduğuna göre

I. b tek sayıdır.

II. a tek sayıdır.

III. a ve b nin her ikiside pozitifdir.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) II ve III

13. Üç basamaklı bir doğal sayının sağına 4 yazılarak dört basamaklı x sayısı, aynı sayının soluna 1 yazılarak dört basamaklı y sayısı elde edilmiştir.

$x+y=3820$

olduğuna göre, **bu üç basamaklı sayının rakamlarının toplamı kaçtır?**

A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

14. Sayı doğrusu üzerinde işaretlenmiş x, y, z, t sayılarının toplamı 100 dür. Bu sayıların en küçüğü t olmak üzere, t'nin x, y ve z sayılarının her birine olan uzaklıklarının toplamı 60 dır.

Buna göre, **t sayısı kaçtır?**

A) 15 B) 10 C) 8 D) 12 E) 5

15. x pozitif tam sayı ve $y-5=x^2$ dir.

y bir asal sayı olduğuna göre,

I. x çift sayıdır.

II. y nin 9 ile bölümünden kalan 5 tir.

III. y çift sayıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I, II ve III E) II ve III

16. n pozitif bir tam sayı olmak üzere, n nin asal bölenlerinin toplamı T(n) ile gösteriliyor.

Buna göre, **T(420) + T(220) toplamı kaçtır?**

A) 30 B) 33 C) 35 D) 38 E) 41

17. 5x + 1 biçimindeki bir sayı 4 ile tam bölünebildiğine göre, **30 dan küçük x pozitif sayıları kaç tanedir?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

18. p: 2 asal sayıdır.

q: $\forall x \in R$ için $\dfrac{x}{x}=1$

r: 3 < 7 dir.

önermeleri veriliyor.

Buna göre, **aşağıdakilerden hangisi doğru önermedir?**

A) $p \Rightarrow q$ B) $r \Rightarrow q$ C) $q \wedge r$

D) $p' \vee r'$ E) $q \vee r$

Diğer sayfaya geçiniz.

19. $-\frac{1}{2}$ sayısının toplama işlemine göre tersi x, çarpma işlemine göre tersi y olduğuna göre, **x.y çarpımı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

20. $f(x) = 2x - 7$

$g(x) = x^2 + 1$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, **$(gof^{-1})(-1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 10 B) 14 C) 16 D) 17 E) 26

21. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı

I. $f(x) = x^2 - 2$

II. $g(x) = 3x - 2$

III. $h(x) = x^3 - 1$

fonksiyonlarından hangileri birebirdir?

A) I ve III B) II ve III C) Yalnız II

D) Yalnız III E) I, II ve III

22. Bir işi 5 çocuk 20 günde, 4 yetişkin 10 günde bitirebiliyor.

Buna göre, **aynı işi 2 çocuk, 2 yetişkin kaç günde bitirebilir?**

A) $\frac{100}{7}$ B) $\frac{60}{7}$ C) $\frac{50}{7}$ D) $\frac{40}{7}$ E) $\frac{30}{7}$

23. Buket 1. gün 2 kırmızı, 2 beyaz ve 2 mavi toka almıştır. 2. gün 4 kırmızı, 4 beyaz ve 4 mavi toka almıştır. Benzer biçimde devam ederek n. gün her birinden 6n adet almıştır.

Buketin toplam 126 tokası olduğuna göre n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

24. Bir lokantaya gelen müşteri sayısı hafta boyunca kayıta alınıyor. Beş günde tutulan kayıtlar o günle birlikte o günden önceki sayılarla toplanarak şöyle yazılıyor.

Pazartesi ve öncesi = 40 müşteri

Salı ve öncesi = A müşteri

Çarşamba ve öncesi = 180 müşteri

Perşembe ve öncesi = 280 müşteri

Cuma ve öncesi = B müşteri

Cuma ve öncesinde gelen müşteri sayısı Salı ve öncesinde gelen müşteri sayısının 4 katıdır ve ayrıca cuma günü gelen müşteri sayısı salı günü gelenlerin 2 katıdır.

Buna göre, **çarşamba günü kaç müşteri gelmiştir?**

A) 120 B) 80 C) 60 D) 90 E) 110

25. Bir adam A TL parasının bir kısmını %20 den 1 yıllık faize yatırarak B TL elde ediyor. Kalan kısmıyla ticaret yaparak %20 zarar edip C TL elde ediyor.

Buna göre **A, B, C arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $10B = 12A - 15C$

B) $2B = 3A - 4C$

C) $10C = 12A - 15B$

D) $12A = 10C + 9B$

E) $A = 2B + 2C$

26. Bir ülkedeki araba satışlarını gösteren A, B, C, D, E arasında

$3A = 2B = C = 6D = E$

eşitliği vardır.

Buna göre, **araç satış miktarları dairesel grafikle gösterilirse B aracının merkez açısı kaç derece olur?**

A) 30 B) 48 C) 60 D) 72 E) 90

27. Mehmet'in elinde mavi ve sarı renklerde toplam 20 bilye vardır. Mehmet bu bilyeleri iki torbaya her bir torbada en az bir mavi ve bir sarı bilye olacak şekilde dağıttıktan sonra şunları söylüyor:

"Birinci torbada 6 mavi bilye vardır. Torbalardan rastgele birer bilye çekildiğinde bilyelerin ikisinin de mavi olma olasılığı $\frac{1}{2}$ dir."

Buna göre, **ikinci torbada kaç sarı bilye vardır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

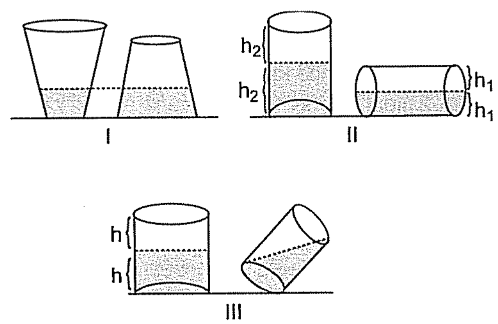
28. Alanı 72 metre kare olan bir zemin, kenarları 12cm ve 20 cm olan fayanslarla döşenecektir.

Eğer kenarları 10cm ve 18cm olan fayanslarla döşenirse kaç fayans fazla kullanılması gerekir?

A) 2000 B) 1000 C) 8000

D) 800 E) 500

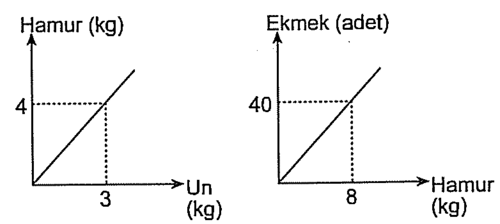
29. Aşağıdaki şekillerdeki çiftlerden hangisinde su miktarları aynıdır?



A) I ve II B) II ve III C) I, II ve III

D) I ve III E) Yalnız II

30. Aşağıdaki doğrusal grafiklerden birincisinde undan elde edilen hamur, ikincisinde ise hamurdan elde edilen ekmek sayısı gösterilmiştir.



Buna göre, **9 kg undan kaç adet ekmek elde edilir?**

A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 70

31. Bir depoda bulunan elma ve armutların miktarları toplamı 100 tondur. Elmaların %7'si armutların ise %8'i çürümüştür. Çürüyen elma ve armutların toplam miktarı 7,6 tondur.

Buna göre, **depoda kaç ton sağlam elma vardır?**

A) 35 B) 35,2 C) 36 D) 34 E) 37,2

32. Bir otobüse 6 kadın binerse yolcuların $\frac{2}{3}$'ü kadın oluyor. Eğer otobüsten 8 erkek inseydi yolcuların $\frac{3}{4}$'ü kadın olacaktı.

Buna göre, **otobüsteki yolcu sayısı kaçtır?**

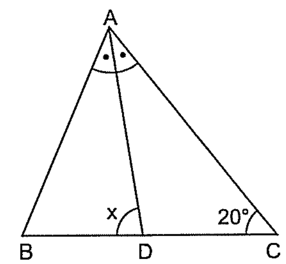
A) 42 B) 48 C) 56 D) 60 E) 64

33. Bir ülkedeki ilkokulların tüm okullar içindeki payı 2005 yılında %10, 2010 yılında ise %15 tir. Bu ülkede 2005-2010 yılları arasında açılan 200 okulun 80 i ilkokuldur.

Buna göre, **bu ülkede 2005 yılında kaç tane ilkokul vardır?**

A) 80 B) 100 C) 120 D) 140 E) 160

34.



ABC bir ikizkenar üçgen,

[AD] açıortay

$|AC| = |BC|$

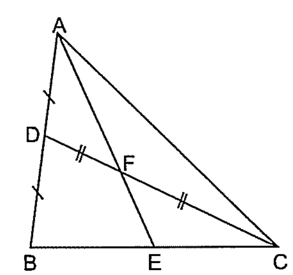
$m(\widehat{ACB}) = 20°$

$m(\widehat{ADB}) = x$

olduğuna göre, **x kaç derecedir?**

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

35.



ABC bir üçgen

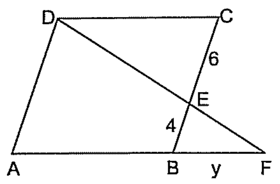
$|AD| = |DB|$

$|DF| = |FC|$

olduğuna göre, $\frac{|EF|}{|AF|}$ **oranı kaçtır?**

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

36.



ABCD eşkenar dörtgen

DAF bir üçgen

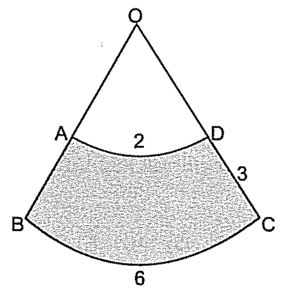
|EC| = 6 cm

|EB| = 4 cm

olduğuna göre, **|BF| = y kaç cm dir?**

A) $\frac{20}{3}$ B) 7 C) $\frac{22}{3}$ D) $\frac{10}{3}$ E) 12

37.



$|\widehat{AD}| = 2$ birim

$|\widehat{BC}| = 6$ birim

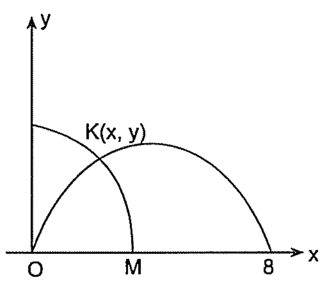
$|DC| = 3$ birim

Yukarıda O merkezli OAD ve OBC daire dilimleri verilmiştir.

Buna göre taralı bölgenin alanı kaç birimdir?

A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 9

38.

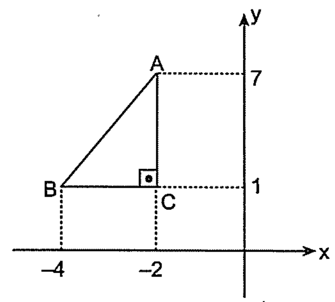


Şekilde M merkezli yarım çemberin çapı 8 cm dir.

O merkezli çeyrek çember ile M merkezli yarım çember yayının kesim noktası K(x, y) olduğuna göre, **y kaçtır?**

A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) 4

39.



Dik koordinat sisteminde verilen ABC üçgeninin x eksenine göre simetriği alınarak A ile A′, B ile B′, C ile C′ noktaları eşleniyor. Oluşan A′B′C′ üçgeninde A′ noktası etrafında saat yönünde 90° döndürülüyor.

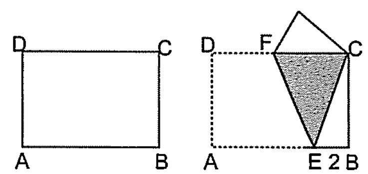
Bu dönme sonucu oluşan B″ noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–4, 5) B) (4, –5) C) (5, 4)

D) (5, –4) E) (–5, 4)

40. Aşağıda verilen ABCD dikdörtgeni biçimindeki bir kağıt A ve C köşeleri çakışacak şekilde katlanıyor.

[BD] kenarı üzerinde katlanma noktası E olmak üzere |BE| = 2 birim oluyor.



Katlanma sonucunda kağıdın üst üste gelen kısımları koyu renkli CFE eşkenar üçgensel bölgesini oluşturuyor.

Buna göre, **kağıdın alanı kaç birim karedir?**

A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) 12

D) $8\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

TEMEL MATEMATİK TESTİ BİTTİ.

FEN BİLİMLERİ TESTİNE GEÇİNİZ.

FEN BİLİMLERİ TESTİ

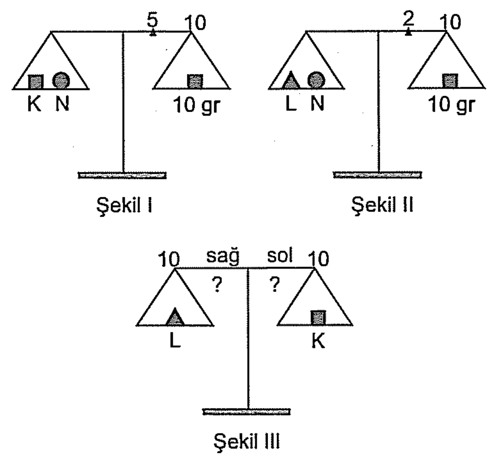
1. **Bu testte sırasıyla,**

Fizik	**(1-14)**
Kimya	**(15-27)**
Biyoloji	**(28-40)**

alanlarına ait 40 soru vardır.

2. **Cevaplarınızı, cevap kâğıdının Fen Bilimleri Testi için ayrılan kısmına işaretleyiniz.**

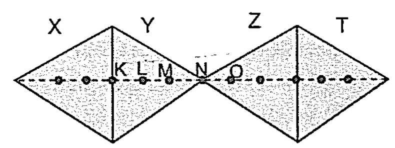
1.



Eşit kollu bir terazinin kefelerinde şekil I deki cisimler varken binici 5. bölmeye, şekil II deki cisimler varken binici 2. bölmeye getirilerek yatay denge sağlanıyor. **Duyarlılığı 1 gr olan terazinin şekil III'deki cisimler varken yatay dengenin sağlanması için binici hangi tarafta kaçıncı bölmeye getirilmelidir?**

A) Sağ tarafta 3. bölmeye
B) Sağ tarafta 2. bölmeye
C) Sağ tarafta 5. bölmeye
D) Sol tarafta 3. bölmeye
E) Sol tarafta 5. bölmeye

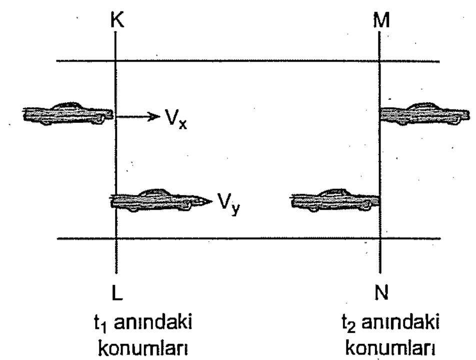
2.



Şekildeki özdeş ikizkenar üçgen levhalardan oluşan şeklin X bölmesi 5 katlı, Y ve T bölmeleri 3 katlıdır. **Buna göre bu şeklin kütle merkezi hangi noktadadır?**

A) K B) L C) M D) N E) O

3.

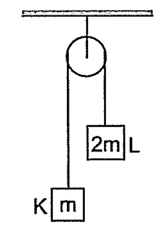


Düz bir yolda aynı yönde sabit hızlarla giden X, Y otomobillerinin t_1 ve t_2 anlarındaki konumları şekildeki gibidir. KL çizgisi ile MN çizgisi arası uzaklık 9 ℓ ve Y otomobilinin uzunluğu ℓ kadardır.

Otomobillerin hızları oranı $\frac{V_x}{V_y} = \frac{3}{2}$ olduğuna göre X otomobilinin boyu kaç ℓ 'dir?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

4.



Şekildeki sürtünmesiz makara sisteminde m ve 2m kütleli K ve L cisimleri birbirine iple bağlı iken serbest bırakılıyor.

Bu cisimlerin yapacağı hareket süresince herhangi bir anda,

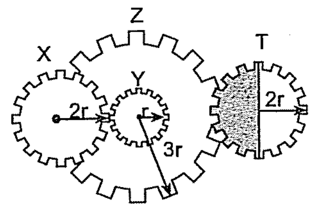
I. K'nın hızının büyüklüğü L'ninkine eşittir.
II. K'nın kinetik enerjisi L'ninkine eşittir.
III. K'nın kazandığı potansiyel enerji, L'nin kaybettiği potansiyel enerjinin yarısına eşittir.

yargılarından hangisi doğrudur?

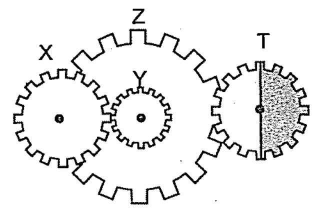
A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

Diğer sayfaya geçiniz.

5.



Şekil I



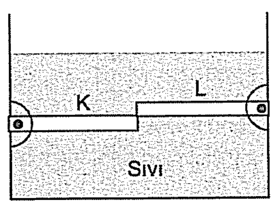
Şekil II

Şekil I deki dişli düzeneğinde X, Y, Z, T dişlilerinin yarıçapları sırasıyla 2r, r, 3r ve 2r dir. Z dişlisi ile Y dişlisi eş merkezlidir.

Dişliler şekil I'deki konumda dururken X en az kaç devir yaparsa T'nin görünümü şekil II'deki gibi olur?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

6.

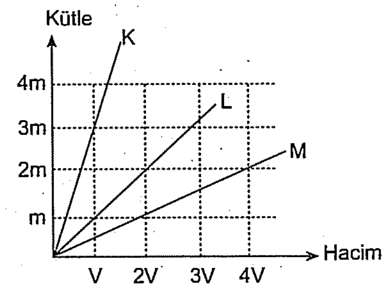


İnce, düzgün, türdeş K ve L çubukları sıvı dolu bir kabın içinde birer uçlarından menteşelenmiş, diğer uçlarından birbirine dokunacak şekilde dengelenmiştir.

Buna göre bu çubukların şekildeki konumlarda durabilmesi için d_S, d_K ve d_L arasındaki ilişki nasıl olmalıdır?

A) $d_K > d_S > d_L$ B) $d_K = d_S > d_L$
C) $d_L > d_S > d_K$ D) $d_K > d_L = d_S$
E) $d_L > d_S = d_K$

7.



Kütle-Hacim grafiği verilen K, L ve M sıvılarının her birinden eşit hacimlerde alınarak oluşturulan türdeş karışımın özkütlesi d_1, eşit kütlelerde alınarak oluşturulan türdeş karışımın özkütlesi d_2 oluyor.

Buna göre $\frac{d_1}{d_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) 1 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

8.

Cisimler	İlk Sıcaklık (°C)	Son Sıcaklık (°C)
K	–4	+4
L	–8	+1
M	–2	–8
N	+5	–5
P	+6	–2

Yukarıdaki çizelgede K, L, M, N ve P cisimlerinin ilk ve son sıcaklıkları verilmiştir.

Buna göre sıcaklık değişimi en fazla olan madde hangisidir?

A) K B) L C) M D) N E) P

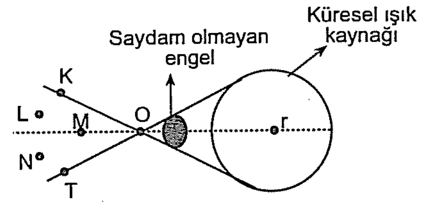
9. Isıca yalıtılmış bir kaba konan K katısı ile L sıvı maddesi yalnız birbiriyle ısı alış-verişi yapıyor.

Başlangıçta K'nın sıcaklığı L'ninkinden büyük olduğuna göre, ısıl denge sağlanıncaya kadar geçen sürede K ve L'nin sıcaklıkları için aşağıdakilerden hangisi doğru olabilir?

A) K'nın sıcaklığı değişmez, L'ninki artar.
B) K'nın sıcaklığı azalır, L'ninki değişmez.
C) Her ikisininde sıcaklığı sürekli artar.
D) Her ikisininde sıcaklığı sürekli azalır.
E) K'nın sıcaklığı artar, L'inki azalır.

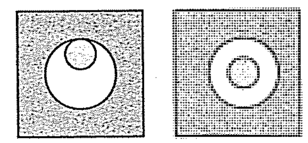
Diğer sayfaya geçiniz.

10.



Şekil I

X ve Y gözlemcileri karanlık bir ortamda önünde şekil I deki gibi saydam olmayan küresel bir engel bulunan küresel beyaz ışık kaynağına bakıyor.

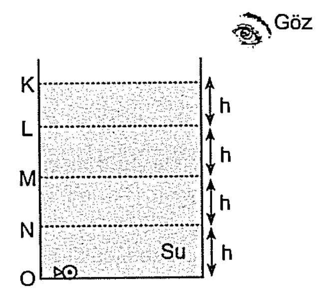


Şekil II Şekil III

X gözlemcisi kaynağı şekil II deki gibi Y gözlemcisinde kaynağı şekil III deki gibi gördüğüne göre X ve Y gözlemcileri K, L, M, N ve T noktalarından hangilerinden bakıyor olabilir?

	X'in baktığı nokta	Y'nin baktığı nokta
A)	T	M
B)	L	N
C)	K	M
D)	T	K
E)	L	K

11.

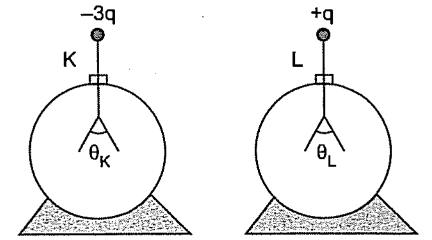


Şekildeki su dolu kabın yüzeyinden 4h derinliğindeki bir cisme su yüzeyinden normale yakın doğrultuda bakan bir gözlemci cismi hangi seviyede görür?

(Suyun ışığı kırma indisi $\frac{4}{3}$, havanın ışığı kırma indisi 1 alınacaktır.)

A) O – N arasında B) N'de
C) N – M arasında D) M'de
E) L'de

12.

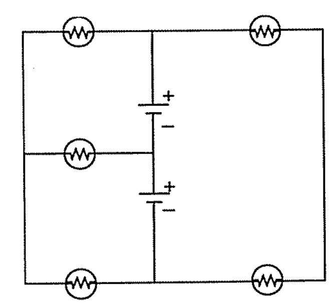


Şekildeki özdeş K ve L elektroskoplarının yükleri –3q ve +q iken yaprakları arasındaki açılar θ_K ve θ_L dir. Elektroskopların topuzları iletken bir telle birleştirilip yük dengesi sağlandığında yapraklar arasındaki açılar θ oluyor.

Buna göre θ_K, θ_L ve θ arasındaki ilişki nasıldır?

A) $\theta_K > \theta_L > \theta$ B) $\theta_K > \theta > \theta_L$
C) $\theta_L > \theta_K > \theta$ D) $\theta_L > \theta > \theta_K$
E) $\theta_K > \theta_L = \theta$

13.

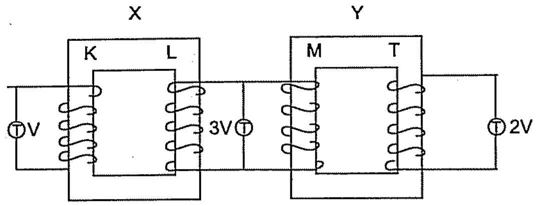


Özdeş üreteç ve özdeş lambalardan oluşan şekildeki devrede kaç lamba ışık verebilir? (Üreteçlerin iç direnci önemsizdir.)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Diğer sayfaya geçiniz.

14.



Şekildeki gibi bağlanmış X ve Y transformatörlerinin sarım sayıları sırasıyla N_K, N_L, N_M ve N_T dir. X'in girişine V alternatif gerilimi uygulandığında X – Y arası etkin gerilim 3V olup Y'nin çıkışından 2V etkin gerilimi alınıyor.

Buna göre sarım sayıları için yazılan

I. $\frac{N_K}{N_L} = \frac{1}{3}$

II. $\frac{N_M}{N_T} = \frac{3}{2}$

III. $\frac{N_K}{N_M} = 3$

IV. $\frac{N_L}{N_T} = \frac{2}{3}$

yargılarından hangileri <u>kesinlikle</u> doğrudur? (Şekildeki sarımlar ölçekli çizilmemiştir.)

A) I ve II B) I ve III C) II ve IV
D) I, II ve IV E) II, III ve IV

15.

	X	Y	Z
Çözünürlük	+	+	+
Esneklik katsayısı	–	–	+
Yoğunlaşma sıcaklığı	+	–	–

Oda sıcaklığında bulunan X, Y ve Z maddeleri için ayırt edici özellikler (+) ile ayırt edici olmayan özellikler (–) ile gösterilmiştir.

Maddelerin aynı koşullardaki fiziksel durumları ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

	X	Y	Z
A)	Katı	Sıvı	Gaz
B)	Gaz	Sıvı	Katı
C)	Katı	Gaz	Sıvı
D)	Sıvı	Katı	Gaz
E)	Sıvı	Gaz	Katı

16.

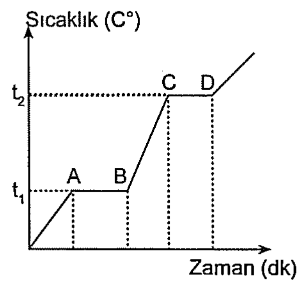
Madde	Erime Noktası (C°)	Kaynama Noktası (C°)
X	–82	30
Y	25	118
Z	–20	15

X, Y ve Z saf maddelerinin erime ve kaynama noktaları tablodaki gibidir.

Buna göre Z'nin sıvı olduğu sıcaklık aralığında X ve Y maddelerinin fiziksel halleri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) Katı-sıvı B) Katı-katı
C) Sıvı-katı D) Gaz-sıvı
E) Katı-gaz

17.



Saf bir katının hal değişim grafiği yukarıdaki gibidir.

Buna göre, grafik ile ilgili aşağıdaki bilgilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) t_1 °C sıcaklık erime sıcaklığıdır.

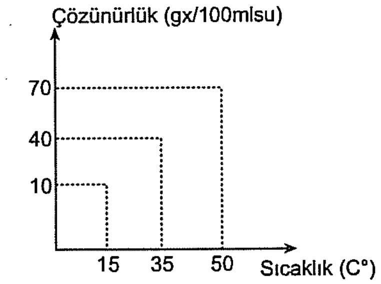
B) A – B aralığında maddenin kinetik enerjisi değişmez.

C) C noktasında sıvı kaynamaya başlar.

D) Maddenin buharı soğutulduğunda t_2 °C'de yoğunlaşır.

E) B – C aralığında sıvının potansiyel enerjisi artar.

18.



Bir X maddesinin çözünürlüğünün sıcaklıkla değişimi grafikteki gibidir.

Buna göre;

I. X'in çözünmesi endotermiktir.

II. 15 C°'de 20g X maddesinin 200 gram sudaki çözeltisi doymuştur.

III. 50 C°'de hazırlanan 170 gramlık çözeltinin sıcaklığı 35 C°'ye soğutulursa 30 gram X katısı çöker.

bilgilerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

19. Cu^{+1}, Mg^{+2}, Fe^{+3} iyonlarının SO_4^{-2} iyonu ile oluşturdukları bileşiklerin formülleri ve isimlendirilmeleri aşağıdaki gibidir.

	Bileşik	Adı
I.	Cu_2SO_4	Bakır sülfat
II.	$MgSO_4$	Magnezyum sülfat
III.	$Fe_2(SO_4)_3$	Demir (III) sülfat

Buna göre, hangisi <u>yanlış</u> verilmiştir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

20. 33,4 gram $NaBrO_4$ bileşiği ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

($NaBrO_4$ = 167, akb: atomik kütle birimi, N: Avogadro sayısı)

A) 0,2 moldür.

B) 0,2 N tane molekül içerir.

C) 0,8 mol atom oksijen içerir.

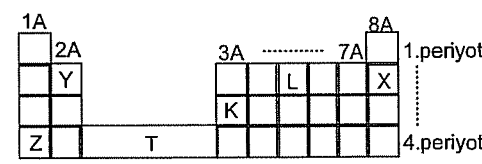
D) 1 tane $NaBrO_4$ molekülü 167 akbdir.

E) Hacmi 44,8 L'dir.

21. Baş kuantum sayısı n = 4 olan orbital sayısı ve bu orbitallerdeki toplam elektron sayısı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

	orbital sayısı	toplam elektron sayısı
A)	4	8
B)	8	18
C)	16	32
D)	8	32
E)	4	16

22.



Periyodik tablodan alınan yukarıdaki kesitte yerleri gösterilen elementlerle ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) X elementinin temel haldeki elektron dizilişinde orbitalleri tam doludur.

B) T, d bloğunda yer almaktadır.

C) L'nin değerlik orbitalleri $2s^22p^3$'dür.

D) Z ile K arasında iyonik bağlı bileşik oluşur.

E) Y toprak alkali metalidir.

23. Aynı periyotta yer alan X, Y, Z, K elementleri ile ilgili;

I. K elementi, en iyi indirgendir.

II. X'in atom numarası 18'dir.

III. Z'nin elektronegatifliği Y'den büyüktür.

Buna göre, X, Y, Z, K elementlerinin atom numaralarına göre büyükten küçüğe doğru sıralaması aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiş olabilir?

A) X > Z > Y > K B) Y > X > Z > K

C) K > X > Y > Z D) Z > K > X > Y

E) Y > Z > K > X

24.

<u>İyon</u>	<u>Nötron sayısı</u>	<u>Elektron sayısı</u>
X^{+1}	20	18
Y^{-1}	18	18
Z^{+2}	20	15

X, Y, Z taneciklerine ait nötron ve elektron sayıları yukarıdaki gibidir.

Bu taneciklerle ilgili;

I. Y ile Z birbirinin izotopudur.

II. X ile Z birbirinin izotonudur.

III. Kütle numaraları arasındaki ilişki Z > Y > X şeklindedir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) II ve III E) I, II ve III

25. Periyodik cetvelin 3. periyodunda yer alan bir X atomunun iyonlaşma enerjileri sırasıyla;

E_1 = 140 kkal / mol

E_2 = 442 kkal / mol

E_3 = 1678 kkal / mol

E_4 = 2312 kkal / mol

olduğuna göre bu element ile ilgili;

I. Elektron dağılımı $3s^2$ ile biter.

II. Küresel simetrik yük dağılımına sahiptir.

III. Bileşiklerinde +2 değerlik alır.

yargılarından hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) II ve III E) I, II ve III

26. Aşağıda verilen maddelerden hangisi atomları arasında karşısındaki bağ türünü <u>içermez</u>?
($_{11}$Na, $_7$N, $_6$C, $_8$O)

	<u>Madde</u>	<u>Bağ türü</u>
A)	NaCl	İyonik
B)	N_2	Apolar kovalent
C)	Pb-Sn alaşımı	Metalik
D)	Elmas	Metalik
E)	CO_2	Polar kovalent

27. Avogadro sayısı 6.10^{23} alındığında bir tane X atomunun kütlesi 3.10^{-23} gramdır.

Buna göre;

I. 1 mol X atomu 18 gramdır.

II. 1 tane X atomunun kütlesi 18 akb dir.

III. 1 gram X, 2.10^{23} tane atom içerir.

yargılarından hangileri doğrudur?

(akb: atomik kütle birimi)

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) II ve III E) I, II ve III

Diğer sayfaya geçiniz.

28. Isıtma, yüksek basınç ve asit gibi etkenler proteinlerin yapısını bozar, denatüre olan proteinin liflerini birarada tutan bağlar kopar, fonksiyonel yapısı bozulur. Eğer etki hafif ise eski haline dönebilir.

Hafif etki sonucu yapısı bozulmuş bir protein ile ilgili olarak;

I. Fonksiyonel olmayan primer yapısı etkilenmemiştir.

II. Aminoasitlerin yapısı bozulmuştur.

III. Tekrar işlerlik kazanabilir.

yargılarından hangilerine ulaşılabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) II ve III

29. K, L ve M olarak verilen yağ asiti, deoksiriboz ve aminoasit mikromoleküllerinin hücrede temel olarak bulunduğu yerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Mikromolekül	Hücre zarı	Ribozom	Kromozom
K			+
L	+	+	+
M	+		

(+: bulunduğu yer)

Buna göre, bu mikromoleküller aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

	<u>K</u>	<u>L</u>	<u>M</u>
A)	Deoksiriboz	Aminoasit	Yağ asiti
B)	Aminoasit	Deoksiriboz	Yağ asiti
C)	Deoksiriboz	Yağ asiti	Aminoasit
D)	Yağ asiti	Aminoasit	Deoksiriboz
E)	Aminoasit	Yağ asiti	Deoksiriboz

30. Hücre teorisine göre aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) Canlılar bir veya birçok hücreden meydana gelmiştir.

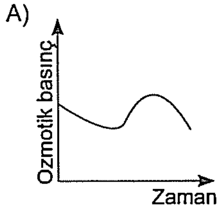
B) Hücre, canlıların temel yapı ve fonksiyon birimidir.

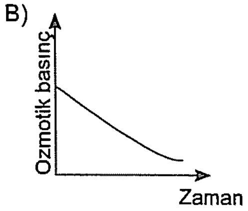
C) Hücreler, kendilerinden önceki hücrelerin bölünmesi ile meydana gelirler.

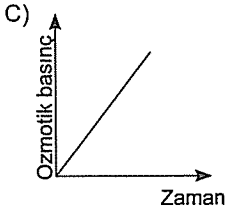
D) Çok hücreli canlılarda hücreler bir araya gelerek dokuları oluştururlar.

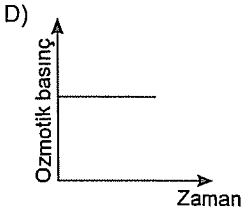
E) Hücreler canlının yapısına, yaşadığı ortama göre farklılık göstermezler.

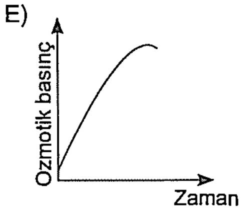
31. Hipotonik tuz çözeltisine konmuş bir bitki hücresinin sitoplazmasının ozmotik basıncındaki değişimini gösteren grafik aşağıdakilerden hangisidir?

A)


B)


C)


D)


E)


32. Aşağıdaki olaylardan hangisi <u>sadece</u> mayoz bölünmede gerçekleşir?

A) Haploid kromozomlu yavru hücre oluşması

B) Sitokinezin gerçekleşmesi

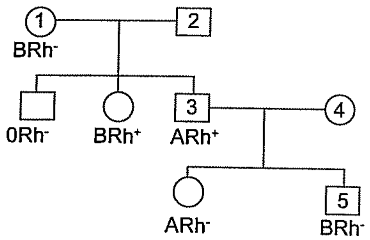
C) İğ ipliklerinin oluşması

D) Homolog kromozomların ayrılması

E) DNA'nın eşlenmesi

Diğer sayfaya geçiniz.

33. Aşağıdaki soy ağacında bir ailedeki bireylerin kan grubu fenotipleri verilmiştir.



Bu soy ağacında numaralanmış bireylerden hangisinin kan grubu genotipi aşağıdaki gibi olamaz?

A) 1. bireyin genotipi: BO rr

B) 2. bireyin genotipi: AO Rr

C) 3. bireyin genotipi: AA Rr

D) 4. bireyin genotipi: BO Rr

E) 5. bireyin genotipi: BO rr

34. Balıkların solungaçlarıyla sudan oksijeni alması ters akım prensibi sayesinde olmaktadır. Solungaçlardaki su akış yönü ile kılcal damarlardaki kan akış yönü birbirine zıttır. Bu sayede balıklar havaya kıyasla daha az oksijen taşıyan sudan vücutları için yeteri kadar oksijeni alabilirler.

Eğer su ile kan aynı yönde aksaydı;

I. Hemoglobinin oksijen taşıma kapasitesi düşerdi.

II. Kılcal damarlardaki oksijenin kısmi basıncı sudaki oksijenin kısmi basıncından yüksek olurdu.

III. Sudaki oksijenin ancak bir kısmı kana geçebilecekti.

durumlarından hangileri gözlenirdi?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) II ve III

35. İnsanda, Fe atomları işaretlenmiş bir hemoglobin molekülü, karaciğer toplardamarı içine veriliyor, bu işaretli hemoglobine bir süre sonra aort atardamarında rastlanıyor.

Bu hemoglobin kalpten bir kez geçtiğine göre, aşağıdaki yapıların hangisinden geçmemiştir?

A) Sağ kulakçık

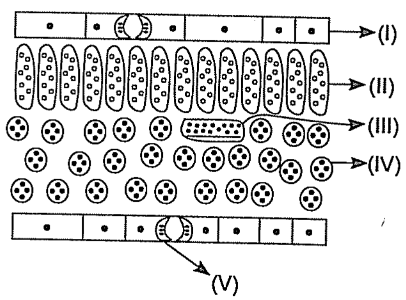
B) Sol karıncık

C) Akciğer atardamarı

D) Karaciğer

E) Alt ana toplardamarı

36. Aşağıda karasal bir bitkinin yaprak enine kesiti verilmiştir.

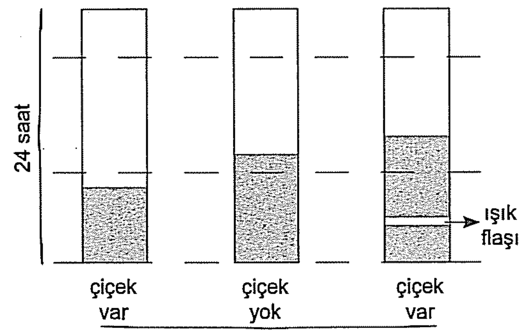


Buna göre, inorganik ve organik moleküllerin iletimini hangi numara ile gösterilen yapı gerçekleştirir?

A) I B) II C) III D) IV E) V

Diğer sayfaya geçiniz.

37.



çiçeklenme durumu

(□ : aydınlık süre, ▩ : karanlık süre)

Uzun gün bitkilerinin çiçeklenmeleri ile ilgili olarak yapılan çalışmalar sonucu aşağıdakilerden hangisi söylenemez?

A) Işık alma süresi 12 saatten fazla olduğunda çiçeklenme gerçekleşir.

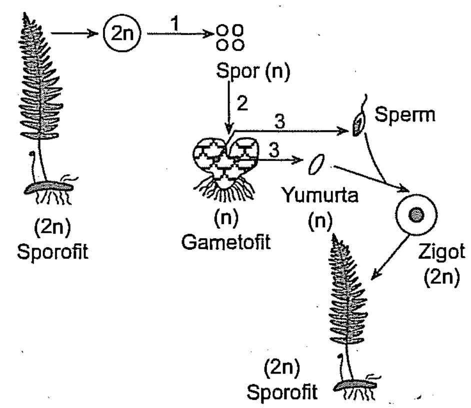
B) Karanlık sürenin ışıkla bölünmesi, ışık alma süresi 12 saatten az olsa da çiçeklenmeye neden olur.

C) Işıklı evrenin en az olduğu dönemde bitki büyümeye devam eder.

D) Işıklı evrenin uzun olduğu dönemde çiçeklenme için gerekli hormon üretimi yapılır.

E) Karanlık sürenin en uzun olduğu dönemde bitki neslini devam ettirir.

38. Çiçeksiz bir bitkinin üremesindeki bazı evreler aşağıdaki şekilde numaralandırılmıştır.



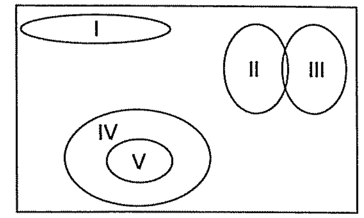
Bu evrelerin hangisinin sonunda meydana gelen hücrelerin kalıtsal yapısı, bu hücreleri üreten hücreninkinden farklıdır?

A) Yalnız 1 B) Yalnız 2

C) Yalnız 3 D) 1 ve 3

E) 2 ve 3

39. Bir köstebek türünün 5 farklı popülasyonunun yayılış alanları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Besin için rekabet arttığında hangi popülasyonun yok olma tehlikesi daha fazladır?

A) I B) II C) III D) IV E) V

40. I. U.v. ışınlarına karşı koruma sağlaması

II. Isı değişiminin az olması

III. Oksijen miktarının düşük olması

IV. Besleyici organizmaların bulunması

Özelliklerinden hangileri canlılığın ilk önce sularda başladığını kanıtlar?

A) I ve II B) II ve III C) II ve IV

D) III ve IV E) I, II ve IV

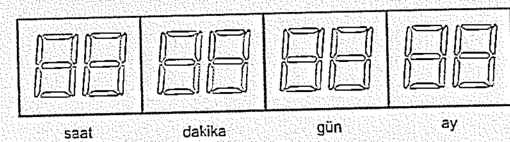
TEST BİTTİ.

CEVAPLARINIZI KONTROL EDİNİZ.

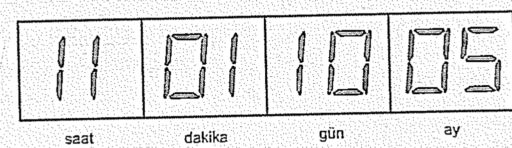
YÜKSEKÖĞRETİME GEÇİŞ SINAVI (YGS) 2011 CEVAP ANAHTARI

TÜRKÇE TESTİ	SOSYAL BİLİMLER TESTİ	TEMEL MATEMATİK TESTİ	FEN BİLİMLERİ TESTİ
1.B	1.C	1.A	1.A
2.B	2.D	2.B	2.C
3.B	3.B	3.C	3.D
4.A	4.C	4.B	4.E
5.C	5.D	5.D	5.B
6.A	6.C	6.E	6.C
7.A	7.E	7.D	7.C
8.A	8.C	8.A	8.D
9.A	9.A	9.B	9.B
10.C	10.D	10.E	10.A
11.A	11.C	11.C	11.B
12.C	12.E	12.A	12.E
13.A	13.A	13.E	13.D
14.A	14.C	14.B	14.A
15.E	15.A	15.A	15.B
16.C	16.D	16.C	16.C
17.A	17.B	17.D	17.E
18.B	18.C	18.E	18.E
19.A	19.D	19.B	19.A
20.C	20.B	20.A	20.E
21.B	21.E	21.B	21.C
22.D	22.E	22.A	22.D
23.C	23.E	23.D	23.A
24.B	24.C	24.B	24.C
25.B	25.C	25.A	25.E
26.D	26.C	26.C	26.D
27.B	27.E	27.A	27.C
28.E	28.E	28.B	28.D
29.A	29.D	29.B	29.A
30.C	30.B	30.D	30.E
31.B	31.B	31.E	31.B
32.C	32.B	32.B	32.D
33.E	33.C	33.B	33.C
34.B	34.C	34.C	34.C
35.E	35.E	35.E	35.D
36.C	36.C	36.A	36.C
37.C	37.A	37.D	37.E
38.D	38.E	38.C	38.D
39.E	39.D	39.B	39.E
40.E	40.C	40.E	40.E

1. VE 2. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.



Yukarıda verilen ve 4 bölmeden oluşan bir dijital saat zamanı, soldan sağa doğru sırasıyla saat (24 saatlik gösterim), dakika, gün ve ay olarak ikişer hane şeklinde göstermektedir.
örnek bir zaman gösterimi şöyledir.



1. **Saatin bütün bölmelerindeki sayıların toplamı <u>en fazla</u> kaç olabilir?**

A) 99 B) 106 C) 118 D) 125 E) 133

2.

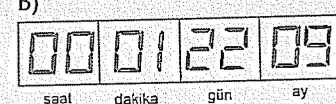


Yukarıdaki saat 5 dakika sonra hangi zamanı gösterir?

A)



B)



C)



D)

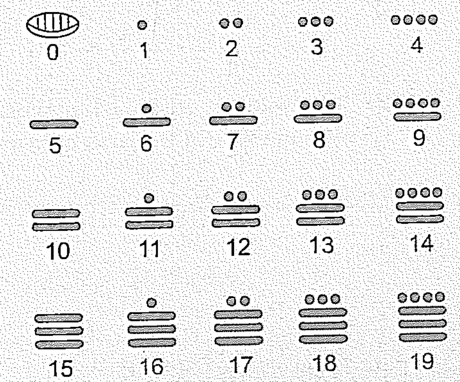


E)

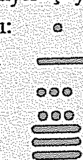


3. VE 4. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Maya uygarlığında sayılar • (nokta) ve ▬ (çizgi) sembolleriyle yazılmaktaydı. Ayrıca sıfırı göstermek için (sıfır) sembolü kullanılmaktaydı. Bir maya sayısında nokta 1, çizgi ise 5 değerindeydi ve rakamlarda en fazla 4 nokta ve en fazla 3 çizgi bulunuyordu.
0 dan 19 a kadar olan maya rakamları aşağıda gösterilmiştir.



Mayalar, yirmilik sayı sistemi kullanıyordu ve basamakları alt alta yazıyordu.
Örneğin, 10 078 sayısı şöyle yazılmaktaydı:

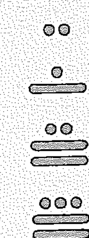


8000'ler basamağı: 8000 x 1 = 8000
400'ler basamağı: 400 x 5 = 2000
20'ler basamağı: 20 x 3 = 60
1'ler basamağı: 1x18 = 18
+
10078

3. **Maya sayı sisteminde 5 nokta, 1 çizgi ve 1 sıfır sembolüyle 2000 den küçük en büyük hang sayı yazılabilir?**

A) 1302 B) 1720 C) 1810
D) 1890 E) 1995

4.



Maya sembolleriyle yazılmış yukarıdaki sa kaçtır?

A) 8328 B) 10 425 C) 16 328
D) 18 653 E) 34503

5. VE 6. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ

Tabanı 5 olan bir sayma sistemindeki çarpma ve toplama işlemleri aşağıdaki tablolara göre yapılmaktadır.

x	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	11	13
3	3	11	14	22
4	4	13	22	31

+	1	2	3	4
1	2	3	4	10
2	3	4	10	11
3	4	10	12	12
4	10	11	12	13

ÖRNEK 1: Bu sisteme göre 2x3 işleminin sonucu 11, 2 + 3 işleminin sonucu 10 olarak bulunur.

ÖRNEK 2: Bu sisteme göre

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array}$$

işleminin sonucu şöyle bulunur:

- 2x3 = 11 olduğundan 11'in birler basamağındaki 1 yazılır, elde 1 vardır.
- 2x1 = 2 ve elde de 1 olduğundan 2 + 1 = 3 olur. Sonuç 31 olarak bulunur.

5. **13 ve 24 sayıları 5 tabanında verildiğine göre, 13 x 24 işleminin tabanı 5 olan sayma sistemindeki sonucu kaçtır?**
A) 312 B) 322 C) 412 D) 422 E) 432

6. **Bu sistemde yapılan**
2x(4 + 3) = K
işlemi için K kaçtır?
A) 21 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

7. VE 8. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Bir eczacı A, B ve C ilaçlarını almak için K, L ve M ilaç depolarıyla anlaşma yapmaktadır. Bu ilaç depolarının eczacıya sundukları teklifler ödeme peşin (P) olacaksa yüzde indirim yapma, taksitli (T) olacaksa eczacının belirli miktarda alacağı ilaçlara belirledikleri adet kadar mal fazlası verme biçiminde olacaktır.
İlaç depolarının A, B ve C ilaçları için eczacıya sundukları teklifler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

	A		B		C	
	P	T	P	T	P	T
K	% 10	Her 100 için +15	% 20	Her 100 için +15	% 10	Her 100 için +15
L	% 25	Her 100 için +10	% 10	Her 75 için +10	% 10	Her 75 için +10
M	% 20	Her 100 için +10	% 15	Her 50 için +7	% 15	Her 50 için +7

Örneğin, eczacı 100 YTL tutarındaki A ilacını K deposundan alırken peşin ödeme durumunda 90 YTL ödeyecek, taksitli ödeme durumunda her 100 adet (100 ün katları) A ilacı için 115 adet alacaktır. Eczacı 100 ile 199 arasındaki bir sayıda alacağı ilaçlar için 15 tane ilaç promosyon olarak alacak, 200 ilaç satın alırsa promosyon 30 ilaç olacaktır. Eczacı bir seferde alacağı A, B, C ilaçlarını ayrı ayrı farklı depolardan alabilecektir.

7. Eczacı peşin ödemeyle A ilacından 1000 YTL lik, B ilacından 2000 YTL lik ve C ilacından 3000 YTL lik ilaç almak istiyor.
Buna göre, eczacı teklifleri değerlendirdiğinde <u>en az</u> kaç YTL ödeme yapar?
A) 4600 B) 4750 C) 4900
D) 5050 E) 5200

8. Eczacı taksitli ödemeyle A ilacından 120 adet, B ilacından 250 adet ve C ilacından 280 adet ilaç almak istiyor.
Buna göre, eczacı A, B ve C ilaçlarını sırayla hangi ilaç depolarından alırsa <u>en ekonomik</u> alışı yapmış olur?
(Seçenekler birer sıralı üçlüdür.)
A) (K, L, M) B) (K, M, M)
C) (M, L, K) D) (M, K, K)
E) (L, M, K)

9. – 11. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

DİKKAT! HER SORUYU BİRBİRİNDEN BAĞIMSIZ OLARAK CEVAPLAYINIZ.

Toplam 5 sorunun sorulduğu ve 26 yarışmacının katıldığı bir bilgi yarışmasında, yalnızca 1 yarışmacı bütün soruları doğru cevaplamıştır. Bu yarışmada puanlama şöyle yapılmıştır.
- Bir soruyu, doğru cevaplayan her yarışmacı o sorudan, soruyu yanlış cevaplayan yarışmacı sayısı kadar puan almıştır.
- Bir soruyu yanlış cevaplayan yarışmacı o sorudan puan alamamıştır.

Aşağıdaki tabloda, soru numaraları ile o soruyu doğru ve yanlış cevaplayan yarışmacı sayıları verilmiştir.

Soru Numarası	Doğru Cevaplayan Yarışmacı Sayısı	Yanlış Cevaplayan Yarışmacı Sayısı
1	4	22
2	6	20
3	15	11
4	1	25
5	10	16

9. **Yarışmada en yüksek puan alan yarışmacının puanı kaçtır?**
A) 69 B) 72 C) 74
D) 83 E) 94

10. **Yarışmayı puansız tamamlayan yarışmacı sayısı <u>en çok</u> kaç olabilir?**
A) 1 B) 4 C) 6
D) 11 E) 16

11. **Toplam 3 soruyu doğru cevaplayan bir yarışmacının aldığı puan aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?**
A) 47 B) 49 C) 52
D) 53 E) 58

12. – 14. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

1'den 9'a kadar olan rakamlar, her rakamın sayısal değeri kadar tekrarlanıp, sırasıyla soldan sağa doğru yan yazılarak

a = 1223334444.........999999999

şeklinde bir a sayısı oluşturuluyor.

12. **a sayısı kaç basamaklıdır?**
A) 40 B) 45 C) 50
D) 55 E) 60

13. **a sayısının soldan 30. rakamı kaçtır?**
A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

14. **a sayısı 9'a bölündüğünde kalan kaçtır?**
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

15. – 17. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

DİKKAT! HER SORUYU BİRBİRİNDEN BAĞIMSIZ OLARAK CEVAPLAYINIZ.

Bir plajdaki insanlar için

A = {sahil de güneşlenenler}
B = {denizde yüzen erkekler}
C = {kitap okuyan turistler}
D = {30 yaşından büyük erkekler}

kümeleri tanımlanmıştır. Plajdaki her bir insan bu kümelerin en az birine dahildir. Bu kümelerin kesişimi ve birleşimi ile yeni kümeler oluşturuluyor.

15. **Aşağıdaki kümelerden hangisi "sahildeki turistlerden güneşlenirken kitap okuyanları" ifade etmektedir?**

A) $A \cap C$ B) $A \cup C$ C) $B \cup A$
D) $C \cap B$ E) $C \cup B$

16. $B \cap D = \varnothing$

Yukarıdaki eşitlik aşağıdakilerden hangisini ifade etmektedir?

A) 30 yaşında olan erkeklerin tümü denizde yüzmektedir.
B) 30 yaşından büyük erkeklerin hiçbiri denizde yüzmemektedir.
C) Denizde yüzenlerin tümü 30 yaşının üzerindeki turistlerdir.
D) Denizde yüzen kadın turistlerin tümü 30 yaşından küçüktür.
E) Denizde 30 yaşının üzerinde olan kadınlar yüzmektedir.

17. $A \cup D = C$

Yukarıdaki eşitlik aşağıdakilerden hangisini ifade etmektedir?

A) Kitap okuyan turistler ya sahilde güneşlenmektedir ya da 30 yaşından büyük erkeklerdir.
B) Sahilde güneşlenen turistler ya erkektir ya da 30 yaşından küçük kadınlardır.
C) 30 yaşından büyük erkekler ya turisttir ya da sahilde güneşlenmektedir.
D) Hem kitap okuyan hem de sahilde güneşlenen turistlerin tümü erkektir.
E) Kadınların tümü hem 30 yaşından büyüktür hem de sahilde güneşlenmektedir.

18. – 20. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

DİKKAT! HER SORUYU BİRBİRİNDEN BAĞIMSIZ OLARAK CEVAPLAYINIZ.

Bir atölyede 4 çekmeceli ve 2 çekmeceli olmak üzere iki tür masa vardır. Masaların toplam çekmece sayısı 38 dir.

18. **Atölyede <u>en az</u> kaç masa vardır?**

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

19. **Atölyedeki 2 çekmeceli masaların sayısı <u>en çok</u> kaç olabilir?**

A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

20. **Atölyedeki 4 çekmeceli masa sayısı a, 2 çekmeceli masa sayısı b ile gösterildiğinde $|a - b|$ <u>en az</u> kaç olabilir?**

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

21. – 23. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Bir ofiste dayanıklı taşınırlara beş rakamdan oluşan bir demirbaş numarası veriliyor. Demirbaş numaralarında,

- 0, 1, 2, 3, 4 rakamları kullanılıyor.
- Her bir rakam bir kere kullanılıyor.
- Birinci rakam sıfır olamıyor.
- İkinci rakam birinci rakamın 2 katı oluyor.
- Üçüncü rakam beşinci rakamdan küçük oluyor.

21. **Buna göre, <u>en küçük</u> demirbaş numarası kaçtır?**

A) 12034 B) 12043 C) 24103
D) 24013 E) 34021

22. **Aşağıdakilerden hangisi bir demirbaş numarasının sırasıyla üçüncü ve dördüncü rakamları <u>olamaz</u>?**

A) 0, 1 B) 0, 3 C) 1, 0
D) 3, 0 E) 3, 4

23. **Aşağıdakilerden hangisi oluşturulabilecek tüm demirbaş numaraları için doğrudur?**

A) 1 rakamı 2 rakamından önce gelir.
B) 1 rakamı 3 rakamından önce gelir.
C) 2 rakamı 3 rakamından önce gelir.
D) 3 rakamı 0 rakamından önce gelir.
E) 4 rakamı 3 rakamından önce gelir.

24. – 26. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Bir şehirdeki her ev AB-CDEFG-H biçiminde se kiz rakamdan ve iki tire işaretinden oluşan bi numarayla tanımlanmıştır. Numaranın ilk ik hanesindeki AB sayısı evin bulunduğu semt sonraki beş hanesindeki CDEFG sayısı evin s rasını ve son hanesindeki H rakamı numaranı doğruluğunu kontrol eden sağlama rakamı göstermektedir.

Bir ev numarasının doğru olup olmadığı şöyl kontrol edilmektedir:

- Semti belirten sayılarla evin sıra numarası kullanılarak
$A . C + B . D + E . F + G$
işlemin sonucu bulunur.
- Bu sonucun 7 ye bölünmesinden elde edile kalan bulunur.
- Eğer kalan H ye eşitse numara doğrudur.

ÖRNEK: 14-52031-0 numarası doğrudur, çünkü $1 . 5 + 4 . 2 + 0 . 3 + 1 = 14 \equiv 0 (\text{mod} 7)$ dir.

24. **23-45671-H biçiminde verilen ev numarasın doğru olabilmesi için, H rakamı kaç olmalıdı**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25. **A3-7D459-4 numarası doğru bir ev numarası duğuna göre, D nin alabileceği değerler topla kaçtır?**

A) 9 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

26. AB- 10232-5 ve AB- 04519-5 biçiminde doğru rak numaralanmış iki ev aynı semttedir ve a sağlama rakamına sahiptir

Buna göre, A + B toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

27. – 29. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

90 soruluk bir sınavda X, Y, Z, V alt testleri bulunmaktadır. X testi 45 soru, Y testi 19 soru, Z testi 14 soru ve V testi de 12 sorudan oluşmaktadır.
Bir öğrencinin bu sınavdan aldığı puan aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

- Doğru yanıtlanan her soru X testinde 2 puan, Y testinde 1,5 puan, Z testinde 1 puan ve V testinde 0,5 puan değerindedir.
- Yanlış olarak yanıtlanan ve boş bırakılan sorular için puan düşülmemektedir.

27. **Toplam 67 soruyu doğru olarak yanıtlayan bir öğrencinin sınavdan alacağı puan <u>en fazla</u> kaçtır?**

A) 124 B) 123 C) 122,5
D) 122 E) 121,5

28. V testinin tümünü doğru olarak yanıtlayan bir öğrencinin Y testindeki doğru yanıt sayısı, X testindeki doğru yanıt sayısının 6 katıdır.
Bu öğrencinin doğru olarak yanıtladığı toplam soru sayısı 38 ve sınavdan aldığı puan 44 olduğuna göre, Z testindeki doğru yanıt sayısı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

29. **Y testinden 16 ve V testinden 12 soruyu doğru olarak yanıtlayan bir öğrenci alacağı puanı, X testinden kaç soruyu doğru yanıtlayarak alabilir?**

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

30. – 32. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Ali ile Ozan arasında bir sayı oyunu şöyle oynanıyor:

- Ali aklından 1 ile 100 arasında (1 ve 100 dahil) bir sayı tutuyor.
- Tuttuğu sayının 3 e, 5 e ve 7 ye bölünmesinden elde edilen kalanları sırasıyla Ozan'a söylüyor.
- Ozan da Ali'nin aklından tuttuğu sayıyı buluyor.

ÖRNEK:
Ali'nin söylediği kalanlar sırasıyla 1, 2 ve 4 ise Ozan'ın bulduğu sayı 67 olacaktır. Çünkü 67 sayısının 3 e bölünmesinden elde edilen kalan 1, 5 e bölünmesinden 2 ve 7 ye bölünmesinden 4 tür.

30. **Ali, kalan olarak sırayla 0, 3 ve 5 cevabını verseydi hangi sayıyı aklından tutmuş olurdu?**

A) 27 B) 30 C) 33 D) 38 E) 39

31. **Ali'nin Ozan'a söylediği kalanların toplamı aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz?</u>**

A) 1 B) 3 C) 4 D) 11 E) 13

32. **Ali kalan olarak sırayla 1, 2, 3 cevabını verseydi aklından tuttuğu sayının rakamları toplamı kaç olurdu?**

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

33. – 36. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19
21 23 25 27 29
31 33 35 37 39 41

İlk altı basamağı yukarıda verilen sayı piramidiyle ilgili aşağıdakiler bilinmektedir:

- Piramitteki sayıların tümü tek sayıdır.
- Sayılar, 1 den başlayarak sırayla, soldan sağa ve yukarıdan aşağıya doğru artmaktadır.
- Piramidin n. basamağında n tane sayı vardır. Örneğin 3. basamağında üç tane sayı, 8. basamağında sekiz tane sayı vardır.

33. **Piramidin ilk 10 basamağında toplam kaç tane sayı vardır?**

A) 40 B) 45 C) 50
D) 55 E) 60

34. **Piramidin 8. basamağındaki soldan 2. sayı kaçtır?**

A) 57 B) 59 C) 61
D) 63 E) 65

35. **Aşağıdaki sayılardan hangisi 111 ile aynı basamaktadır?**

A) 101 B) 109 C) 121
D) 133 E) 139

36. **243 sayısı piramidin kaçıncı basamağındadır?**

A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

37. – 39. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Ardışık terimleri arasındaki farkların birbirine eşit olduğu dizilere 1. dereceden aritmetik dizi denir. Ardışık terimleri arasındaki farkların 1. dereceden bir aritmetik dizi oluşturduğu dizilereyse 2. dereceden aritmetik dizi denir.

ÖRNEKLER:
1, 3, 5, 7, 9 dizisinin ardışık terimleri arasındaki farkların hepsi 2 olduğundan, bu dizi 1. dereceden aritmetik dizidir.
2, 3, 6, 11, 18, 27 dizisinin ardışık terimleri arasındaki farklar 1. dereceden aritmetik dizi olan 1, 3, 5, 7, 9 dizisini oluşturur. Bu nedenle 2, 3, 6, 11, 18, 27 dizisi 2. dereceden aritmetik dizidir.

37. 6, x, y, 18, 22
dizisi 1. dereceden aritmetik dizi olduğuna gör x + y kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22
D) 24 E) 26

38. **2. dereceden 1, 4, 13, 28, 49, 76 dizisinin teriml arasındaki farklar D dizisini oluşturduğuna gö D dizisinin terimleri arasındaki fark kaçtır?**

A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3

39. 4, 6, 11, 19, 30, 44
dizisi 2. dereceden aritmetik dizi olduğuna g bu dizinin 7. terimi kaçtır?

A) 59 B) 61 C) 63
D) 65 E) 67

40. – 42. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Bazı diyetisyenler insanların ideal vücut ağırlığını hesaplamak için,

$İ = (B - 100) \cdot 0{,}9$

formülünü kullanmaktadır. Bu formülde İ, kilogram olarak ideal vücut ağırlığını, B de santimetre olarak boy uzunluğunu göstermektedir.

40. Bu formüle göre, boyu 165 cm olan bir kişinin ideal vücut ağırlığı kaç kg dır?

A) 45,5 B) 50 C) 50,5
D) 57 E) 58,5

41. Boyu 160 cm olan bir kişi 65 kg dır.
Bu kişi kaç kg verirse formüle göre ideal vücut ağırlığına ulaşır?

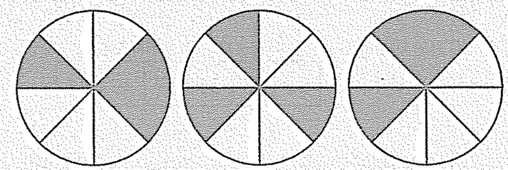
A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

42. Boyu, sayısal olarak ideal vücut ağırlığının 3 katı olan bir kişinin ideal vücut ağırlığı kaç kg dır?

A) $\frac{100}{3}$ B) $\frac{300}{7}$ C) $\frac{600}{7}$
D) $\frac{600}{17}$ E) $\frac{900}{17}$

43. – 45. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Saydam bir malzemeden aynı büyüklükte, daire biçimli K, L ve M levhaları kesilmiş, her levha 8 eş bölmeye ayrılmış ve bölmeler şekildeki gibi siyaha ve beyaza boyanmıştır.



Levhalar merkezleri çakışacak şekilde ve hiç döndürülmeden üst üste getirildiğinde:

- üst üste gelen bölmelerin hepsi siyahsa o bölme siyah renkte,
- üst üste gelen bölmelerin hepsi beyazsa o bölme beyaz renkte,
- üstü üste gelen bölmelerden birinin rengi ötekilerden farklıysa o bölme gri renkte görülmektedir.

43. Yalnızca K ve L levhaları üst üste getirildiğinde bölmelerden kaç tanesi beyaz renkte görülür?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

44. Yalnızca L ve M levhaları üst üste getirildiğinde bölmelerden kaç tanesi siyah renkte görülür?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

45. K, L ve M levhaları üst üste getirildiğinde bölmelerden kaç tanesi gri renkte görülür?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

46. – 48. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

- A çift sayı,
- C tek sayı,
- A > B > C

olmak üzere, üç basamaklı ABC sayıları oluşturuluyor.

Örnekler: 863, 851, 421

46. Bu yolla oluşturulabilecek en büyük sayı ile en küçük sayı arasındaki fark kaçtır?

A) 386 B) 428 C) 454
D) 512 E) 564

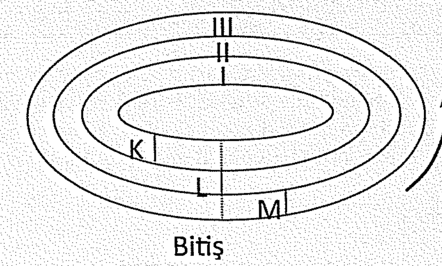
47. Aşağıdakilerden hangisi ABC sayılardan biri olamaz?

A) 245 B) 431 C) 631
D) 653 E) 843

48. Bu yolla oluşturulabilecek sayılardan kaç tanesinin onlar basamağında 5 rakamı bulunur?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

49. VE 50. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.



Şekildeki koşu pistinin I. kulvarı 350, II. kulvarı 400, III. kulvarı da 500 metredir. Bu pistte düzenlenen 400 metre yarışında K, L, M atletleri şekildeki gibi çizilmiş başlangıç çizgilerine basıyorlar ve aynı anda ok yönünde yarışa başlıyorlar. Atletler, yarış boyunca kulvar değiştirmiyorlar ve noktalarla gösterilen bitiş çizgisine gelince yarışı tamamlıyorlar.

49. M atleti, K atletinden kaç metre önde yarışa başlar?

A) 50 B) 100 C) 150
D) 200 E) 250

50. L atleti yarışın 200. metresini geçerken üç atlet yan yana geliyor.
Buna göre, atletlerin yarışın ilk 200 metresindeki ortalama hızları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak sıralanmıştır?

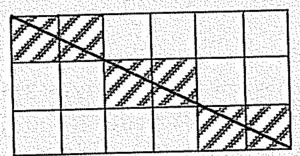
A) K < L < M B) K < M < L
C) L < K < M D) M < K < L
E) M < L < K

51. VE 52. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

DİKKAT! HER SORU BİRBİRİNDEN BAĞIMSIZ OLARAK CEVAPLANACAKTIR.

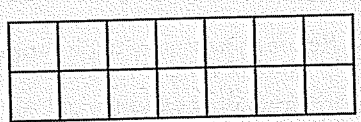
m ve n pozitif tamsayılar olmak üzere, m x n lik dikdörtgenler m x n tane birim kareye bölünüyor ve dikdörtgenin köşegeni çizilip bu köşegenin kaç tane birim karenin içinden geçtiği bulunuyor.

Örnek:



Şekildeki 3 x 6 lık dikdörtgenin köşegeni, taralı bölgelerle gösterildiği gibi 6 tane birim karenin içinden geçmektedir.

51.



Şekildeki 2 x 7 lik dikdörtgenin köşegeni kaç tane birim karenin içinden geçer?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

52. Boyutları
I. m x 1
II. m x m
III. m x (m + 1)
Olan dikdörtgenlerden hangilerinin köşegeni m tane birim karenin içinden geçer?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

53. - 56. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Aşağıdaki şekil, miladi takvime göre bir artık yıl olan X yılının Şubat ayını göstermektedir.

ŞUBAT					
Pazartesi		2	9	16	23
Salı		3	10	17	24
Çarşamba		4	11	18	25
Perşembe		5	12	19	26
Cuma		6	13	20	27
Cumartesi		7	14	21	28
Pazar	1	8	15	22	29

53. X yılının 28 Mart'ı hangi gündür?

A) Pazartesi B) Çarşamba
C) Cuma D) Cumartesi
E) Pazar

54. Aşağıdaki şekillerden hangisi x yılının Nisan ayını göstermektedir?

A)

NİSAN					
Pazartesi	1	8	15	22	29
Salı	2	9	16	23	30
Çarşamba	3	10	17	24	
Perşembe	4	11	18	25	
Cuma	5	12	19	26	
Cumartesi	6	13	20	27	
Pazar	7	14	21	28	

B)

NİSAN					
Pazartesi		7	14	21	28
Salı	1	8	15	22	29
Çarşamba	2	9	16	23	30
Perşembe	3	10	17	24	
Cuma	4	11	18	25	
Cumartesi	5	12	19	26	
Pazar	6	13	20	27	

C)

NİSAN					
Pazartesi		6	13	20	27
Salı		7	14	21	28
Çarşamba	1	8	15	22	29
Perşembe	2	9	16	23	30
Cuma	3	10	17	24	
Cumartesi	4	11	18	25	
Pazar	5	12	19	26	

D)

NİSAN					
Pazartesi		5	12	19	26
Salı		6	13	20	27
Çarşamba		7	14	21	28
Perşembe	1	8	15	22	29
Cuma	2	9	16	23	30
Cumartesi	3	10	17	24	
Pazar	4	11	18	25	

E)

NİSAN					
Pazartesi		4	11	18	25
Salı		5	12	19	26
Çarşamba		6	13	20	27
Perşembe		7	14	21	28
Cuma	1	8	15	22	29
Cumartesi	2	9	16	23	30
Pazar	3	10	17	24	

55. X yılının Mayıs ayının ikinci pazarı ayın kaçıdır?

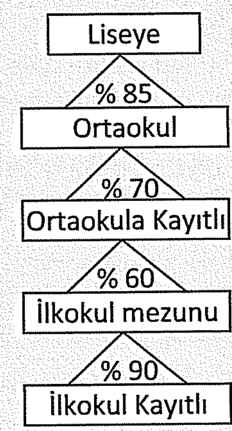
A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 14

56. X yılından sonra gelen X +1 yılının, 1 Şubat'ı hangi gündür?

A) Cuma B) Cumartesi
C) Pazar D) Salı
E) Çarşamba

57. – 59. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Aşağıdaki şema bir ülkedeki ilkokul, ortaokul ve lise düzeylerinden oluşan eğitim sisteminde, belirli bir dönemdeki öğrenci akışını göstermektedir. Her bir dikdörtgen bir eğitim aşamasını; her bir üçgeninin içindeki % değeri ise dikdörtgende yer alan eğitim aşamasındaki öğrencilerin yüzde kaçının bir üst aşamaya geçtiğini göstermektedir. Bu ülkede sözü edilen dönemin başında 1 200 000 öğrenci ilkokula kayıt yaptırmıştır.



57. İlkokul mezunu olan öğrencilerin kaç tanesi ortaokula kayıt yaptırmamıştır?

A) 120 000 B) 360 000 C) 388 000
D) 432 000 E) 552 000

58. İlkokula kayıt yaptıran öğrencilerin yüzde kaçı ortaokuldan mezun olmuştur?

A) 31,2 B) 33,6 C) 37,8
D) 40,5 E) 42,6

59. Yukarıda verilen bilgilere göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) İlkokula kayıt yaptıran öğrencilerin 120 000 i ilkokuldan mezun olamamıştır.
B) Ortaokula kayıt yaptıran öğrenci sayısı 648 000 dir.
C) Ortaokul mezunu olan öğrenci sayısı ilkokul mezunu olan öğrenci sayısından azdır.
D) Liseye kayıt yaptıran öğrenci sayısı, ortaokula kayıt yaptıran öğrenci sayısından azdır.
E) Liseye kayıt yaptıran öğrenci sayısı, ilkokula kayıt yaptıran öğrenci sayısının % 15'idir.

60. – 62. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Alfabenin belli harflerini içeren bir kodlama oy
nunda bazı isimler 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, sayıların
bir, iki, üç, ... dokuz şeklinde yazılışında kullanıla
harflerle kodlanıyor. İsimlerdeki her harf iki say
nın yan yana yazılmasıyla belirtiliyor. Bu sayıla
dan birincisi harfin alındığı sayıyı, ikincisi de harf
bu sayının yazıyla yazılışındaki sırasını gösteriy
Belirli bir harfin birden fazla kodunun olabilece
bu oyunda isimler de harfleri gösteren bu sayı çi
lerinin yan yana yazılmasıyla kodlanıyor.

Örnek:

B : Beş'in birinci harfi : 51
A : Altı'nın birinci harfi : 61
R : Bir'in üçüncü harfi : 13
I : Altı'nın dördüncü harfi : 64
Ş : Beş'in üçüncü harfi : 53

BARIŞ: 5161136453

60. ZEKİ'nin kodu aşağıdaki sayıların hangisi o maz?

A) 85528392 B) 85722274
C) 95529312 D) 95722284
E) 95829321

61. EBRU'nun kodu olabilecek en büyük sayının kamlarının toplamı kaçtır?

A) 27 B) 32 C) 33
D) 36 E) 39

62. ALİ kaç farklı biçimde kodlanabilir?

A) 2 B) 3 C) 5
D) 6 E) 8

63. – 65. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Aşağıdaki şekilde bir sayı üçgeninin ilk beş satırı gösterilmiştir. Bu üçgendeki her sayı bir üst satırda bulunan, hemen üstündeki sayı ile bunun hemen sağındaki ve hemen solundaki sayılardan varolanların toplamıdır.

1
1 1 1
1 2 3 2 1
1 3 6 7 6 3 1
1 4 10 16 19 16 10 4 1

Örneğin 5. satırdaki 19 sayısı, 4. satırdaki 6, 7, 6 sayılarının toplamıdır. Benzer biçimde 4 sayısı da 3 ve 1 sayılarının toplamıdır.

63. Bu sayı üçgeninin 6. satırındaki <u>en büyük</u> sayı kaçtır?

A) 30 B) 40 C) 45
D) 50 E) 51

64. Bu sayı üçgeninin 7. satırında kaç tane çift sayı vardır?

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

65. Bu sayı üçgeniyle ilgili aşağıdaki yargılardan hangisi <u>yanlıştır?</u>

A) İlk 8 satırda toplam 64 tane sayı vardır.
B) 8. satırda toplam 15 tane sayı vardır.
C) 8. satırda birbirinden farklı 8 tane sayı vardır.
D) 8. satırdaki soldan ikinci sayı 7 dir.
E) 8. satırdaki soldan üçüncü sayı 36'dır.

66. - 68. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Ayla, Betül, Cihan, Demet ve Esin halka toplama oyunu oynamışlardır. Oyunda mavi, kırmızı ve sarı renkleri her birinden on ikişer halka vardır. Oyuncular belli bir süre içinde, bu halkalardan toplayabildikleri kadarını toplamışladır. Her renkten en az bir tane olmak koşuluyla, en çok sayıda halka toplayan oyunu kazanmıştır. Oyunun sonuçlarıyla ilgili olarak aşağıdakiler bilinmektedir.

- Ayla sadece beş mavi halka, Esin sadece altı sarı halka toplamıştır.
- Betül bir kırmızı halka, topladığı sarı halka sayısının üç katı kadar da mavi halka toplamıştır.
- Cihan bir mavi halka ve topladığı sarı halka kadar kırmızı halka toplayarak toplam beş halkayla oyunu bitirmiştir.
- Demet iki sarı halka ve yedi kırmızı halka toplamış; hiç mavi halka toplamamıştır.
- Oyunun sonunda, toplanmayan iki halka kalmıştır.

66. Betül kaç tane mavi halka toplamıştır?

A) 3 B) 4 C) 6
D) 8 E) 9

67. Betül ve Cihan toplam kaç tane sarı halka toplamıştır?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

68. Oyunu kim kazanmıştır?

A) Ayla B) Betül C) Cihan
D) Demet E) Esin

69. - 71. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

DİKKAT! HER SORUYU BİRBİRİNDEN BAĞIMSIZ OLARAK CEVAPLAYINIZ.

Aşağıdaki tabloda beş öğrencinin 25 sorudan oluşan bir testten aldıkları puanlar gösterilmiştir.

Öğrenci	Puan
Cem	13
Bilge	15
Deniz	17
Aslı	19
Emel	20

Bu test puanlanırken, cevapsız bırakılan sorular dikkate alınmamış; her öğrencinin doğru cevap sayısı belirlenmiş; doğru cevap sayısından yanlış cevap sayısının dörtte biri düşülmüş ve kalan sayı o öğrencinin puanı olarak kaydedilmiştir.

69. Hangi öğrenci yalnız bir soruyu cevapsız bırakmış olabilir?

A) Aslı B) Bilge C) Cem
D) Deniz E) Emel

70. Bilge'nin yanlış cevap sayısı <u>en fazla</u> kaç olabilir?

A) 4 B) 6 C) 7
D) 8 E) 12

71. Emel <u>en fazla</u> kaç soruyu doğru cevaplamış olabilir?

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

72. – 75. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Bir çiçekçi eşit sayıda karanfil, lale ve gül almış ve bu çiçeklerin tümünü kullanarak her birinde en az iki tür çiçek bulunan 1, 2, 3 ve 4 numaralı buketler düzenlemiştir.

- Karanfillerin % 60'ı 2 numaralı, % 30 u 3 numaralı, % 10'u 4 numaralı bukette kullanılmıştır.
- Lalelerin % 20'si 1 numaralı, % 35'i 2 numaralı, % 45'i 3 numaralı bukette kullanılmıştır.
- Güllerin % 50' si 1 numaralı, % 10 u 2 numaralı, % 40'ı 4 numaralı bukette kullanılmıştır.

72. 1 numaralı bukette 40 tane lale olduğuna göre kaç tane gül vardır?

A) 120 B) 100 C) 80
D) 60 E) 40

73. Buketlerdeki çiçek sayılarına göre yapılan aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $4<1<3<2$ B) $4<3<1<2$
C) $3<1<4<2$ D) $1<2<4<3$
E) $1<4<2<3$

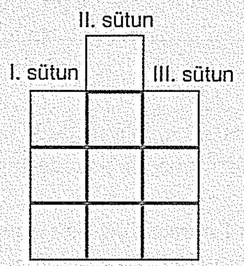
74. 2 numaralı buketteki gül sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 numaralı buketteki lale sayısına
B) 2 numaralı buketteki karanfil sayısına
C) 3 numaralı buketteki lale sayısına
D) 4 numaralı buketteki karanfil sayısına
E) 4 numaralı buketteki gül sayısına

75. 1 tane gülün fiyatı 3 tane karanfilin fiyatına, 1 tane lalenin fiyatı 2 tane karanfilin fiyatına eşit olduğuna göre, buketlerin fiyatına göre yapılan aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $1<2<3<4$ B) $2<3<1<4$
C) $2<3<4<1$ D) $3<2<1<4$
E) $3<4<2<1$

76. - 79. SORULARI AŞAĞIDAKİ İŞLEME GÖRE CEVAPLAYINIZ.



1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve 10 sayıları, şekildeki I., II. ve III. sütunlardaki karelere, her karede bir sayı olmak üzere yerleştirilecektir. Bu sayılar yerleştirilirken aşağıdaki koşullar sağlanacaktır:

- Sayılar sütunlarda yukarıdan aşağıya doğru büyüyecektir.
- III. sütunda yalnız çift sayılar bulunacaktır.
- I. ve II. sütunda birer tane çift sayı bulunacaktır.
- I. ve II. sütunda, tek sayılar bir önceki tek sayıya göre dörder artarak sıralanacaktır.
- III. sütundaki sayıların toplamı, I. sütundaki sayıların toplamının iki katı olacaktır.

76. I. sütundaki tek sayıların toplamı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14
D) 15 E) 16

77. II. sütundaki çift sayı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

78. III. sütunun ortadaki karesinde bulunan sayı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

79. 5 sayısı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) I. sütunda yer almaktadır.
B) III. sütunda yer almaktadır.
C) Tam üstündeki karede bulunan sayı 4 tür.
D) Tam altındaki karede çift sayı bulunmaktadır.
E) 8 sayısı ile aynı sütunda yer almaktadır.

80. - 82. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

```
  K L M N P
      N R S
+     N R S
-----------
  T U V N P
```

Yukarıdaki toplama işleminde kullanılan 10 harfin her biri farklı bir rakamı göstermektedir.

80. L, hangi rakamı göstermektedir?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

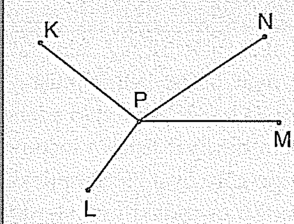
81. R, hangi rakamı göstermektedir?

A) 0 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

82. K, T ve U'nun sayısal değerleri için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $K<T<U$ B) $K<U<T$
C) $U<K<T$ D) $U<T<K$
E) $T<U<K$

83. – 85. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.



Yandaki kroki, P kasabası ile K, L, M, N köylerini birleştiren yolları göstermektedir. Bir köyden ötekine gitmek için mutlaka kasabadan geçmek gerekmektedir.

K den L ye 142 km,
K den M ye 199 km,
L den N ye 128 km,
L den M ye 207 km,
yol kat edilerek gidilmektedir.

83. P den L ye gitmek için kaç km yol kat edilir?

A) 85 B) 75 C) 67
D) 57 E) 53

84. M den N ye gitmek için kaç km yol kat edilir?

A) 125 B) 132 C) 153
D) 185 E) 191

85. K den N ye gitmek için kaç km yol kat edilir?

A) 120 B) 135 C) 137
D) 144 E) 175

86. - 88. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

Yazılışı, tersten yazılışı ile aynı olan sayılara palindrom sayı adı verilmektedir.
Örneğin, 3, 44, 505, 1991 sayıları birer palindrom sayıdır.

86. 200 ile 350 arasında kaç tane palindrom sayı vardır?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

87. 2011 sayısından büyük ilk palindrom sayı ABBA olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

88. 3'e kalansız bölünebilen kaç tane dört basamaklı palindrom sayı vardır?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 44

89. – 91. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

DİKKAT! HER SORUYU BİRBİRİNDEN BAĞIMSIZ OLARAK CEVAPLAYINIZ.

A ve B kargo şirketleri toplam 480 paket taşımıştır. Taşıma ücreti A şirketinde her 60 paket için 10 TL, B şirketinde ise her 20 paket için 12 TL dir.

89. **Paketlerin taşınması için A şirketine 60 TL ödenmişse B şirketine kaç TL ödenmiştir?**

A) 30 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

90. **Paketlerin $\frac{1}{4}$ ünü A şirketi, geri kalanını da B şirketi taşımışsa ödenen ücret <u>toplam</u> kaç TL dir?**

A) 144 B) 168 C) 196 D) 224 E) 236

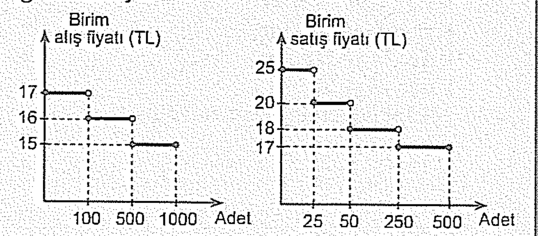
91. **Paketlerin taşınması için toplam 158 TL ücret ödendiğine göre, A şirketi kaç paket taşımıştır?**

A) 1480 B) 200 C) 240 D) 300 E) 320

92. – 94. SORULARI AŞAĞIDAKİ BİLGİLERE GÖRE CEVAPLAYINIZ.

DİKKAT! HER SORUYU BİRBİRİNDEN BAĞIMSIZ OLARAK CEVAPLAYINIZ.

Bir toptancıya yapmış olduğu belirli sayıdaki mal alımları için özel bir fiyat listesi belirlenmiştir. Benzer şekilde toptancı da kendi belirlediği adetlerdeki mal satışları için bir fiyat listesi oluşturmuştur. Malın adetlerine göre fiyat listelerindeki birim alış ve satış fiyatları aşağıdaki grafiklerde gösterilmiştir.



Örneğin 400 adet birden alındığında malın birim alış fiyatı 16 TL dir. 150 adet birden satıldığında ise malın birim satış fiyatı 18 TL dir.

Sınır değerlerindeki adetlerde, malın birim alış ve satış fiyatı düşük olan fiyattır. Örneğin 500 adet birden alındığında malın birim alış fiyatı 15 TL dir.

92. **Toptancı bu maldan 600 adet birden alırsa ve tamamını 100 lük paketler hâlinde satarsa yüzde kaç kâr elde eder?**

A) 10 B) 12,5 C) 15 D) 20 E) 25

93. Toptancı bu maldan 40 adet birden alıp hepsini birden satıyor.

Toptancının bu satıştan kârı kaç TL dir?

A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 148

94. Toptancı bu maldan x adet birden alıp hepsini birden satıyor.

Malın birim alış fiyatı 16 TL, birim satış fiyatı 18 TL olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değerle en büyük değerin toplamı kaçtır?

A) 149 B) 299 C) 349 D) 599 E) 749

CEVAP ANAHTARI
1.D - 2.A - 3.B - 4.D - 5.D - 6.C - 7.C - 8.B - 9.E - 10.D
11.C - 12.B - 13.D - 14.E - 15.A - 16.B - 17.A - 18.B
19.D - 20.B - 21.B - 22.E - 23.C - 24.C - 25.A - 26.C
27.E - 28.C - 29.C - 30.C - 31.E - 32.D - 33.D - 34.B
35.C - 36.C - 37.D - 38.B - 39.B - 40.E - 41.D - 42.E
43.C - 44.B - 45.E - 46.C - 47.A - 48.B - 49.B - 50.E
51.D - 52.C - 53.A - 54.D - 55.A - 56.D - 57.D - 58.C
59.E - 60.A - 61.D - 62.C - 63.E - 64.C - 65.E - 66.C
67.B - 68.B - 69.A - 70.D - 71.B - 72.B - 73.A - 74.D
75.E - 76.A - 77.B - 78.D - 79.C - 80.E - 81.D - 82.C
83.B - 84.D - 85.A - 86.C - 87.B - 88.A - 89.E - 90.E
91.D - 92.D - 93.B - 94.C